

平成27年11月2日(月)
県立教育研究所

全国及び奈良県学力・学習状況調査の調査結果の活用による指導改善に
向けた説明会

中学校数学

奈良県教育委員会事務局学校教育課
椿 本 剛 也
E-mail: tsubakimoto-
yoshinari@office.pref.nara.lg.jp

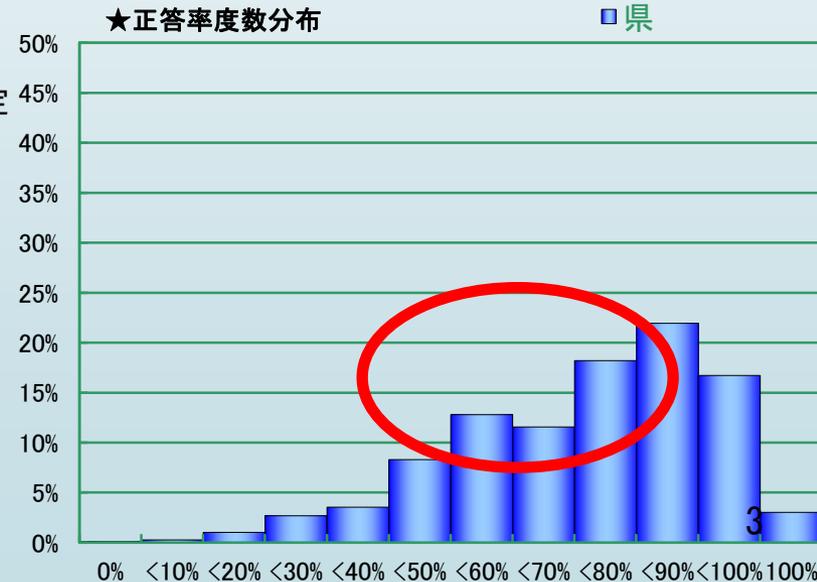
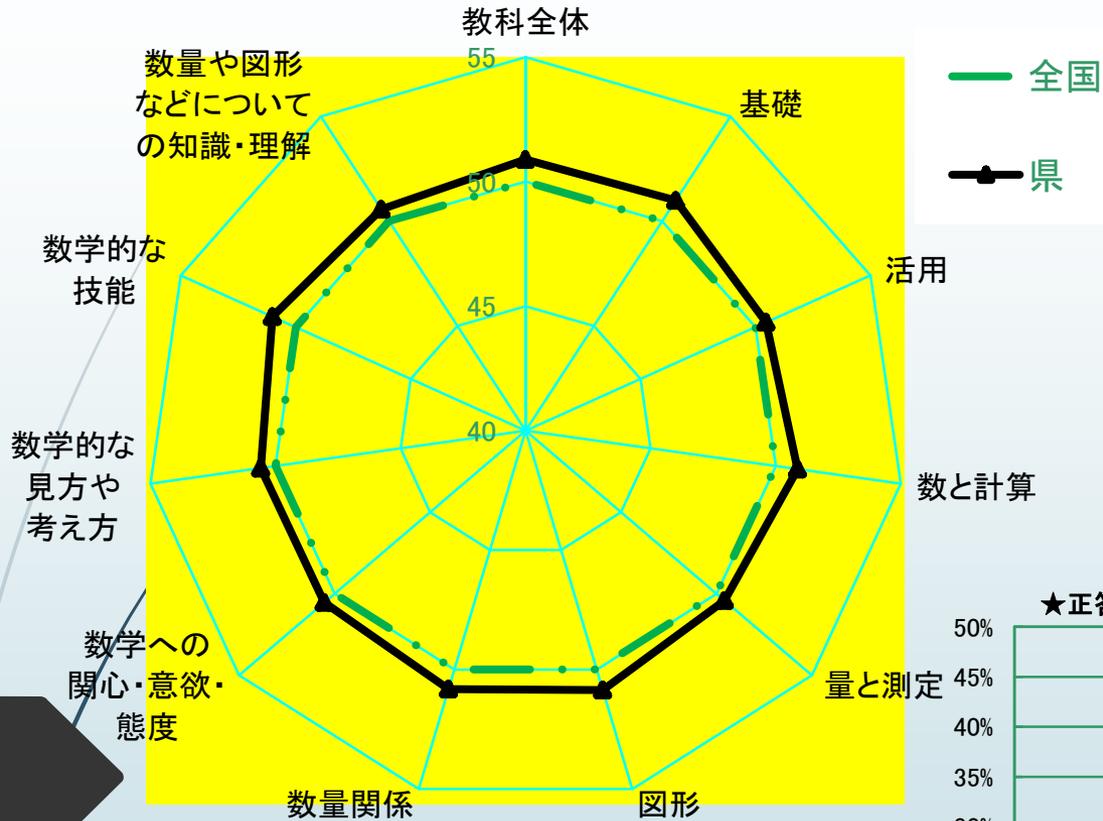
説明の全体像

平成27年度調査結果に基づく、生徒の実態に応じた数学科の指導の改善・充実の具体化を目指して

- 1 平成27年度全国学力・学習状況調査及び奈良県学力・学習状況調査の数学科における調査結果の概要
- 2 調査結果に基づく指導改善
 - (1) 特に課題の見られた問題について
 - (2) B問題の「枠組み」と「記述式問題で求めていること」について
 - (3) 授業アイデア例の活用
- 3 まとめ

1. 奈良県学力・学習状況調査の調査結果の概要

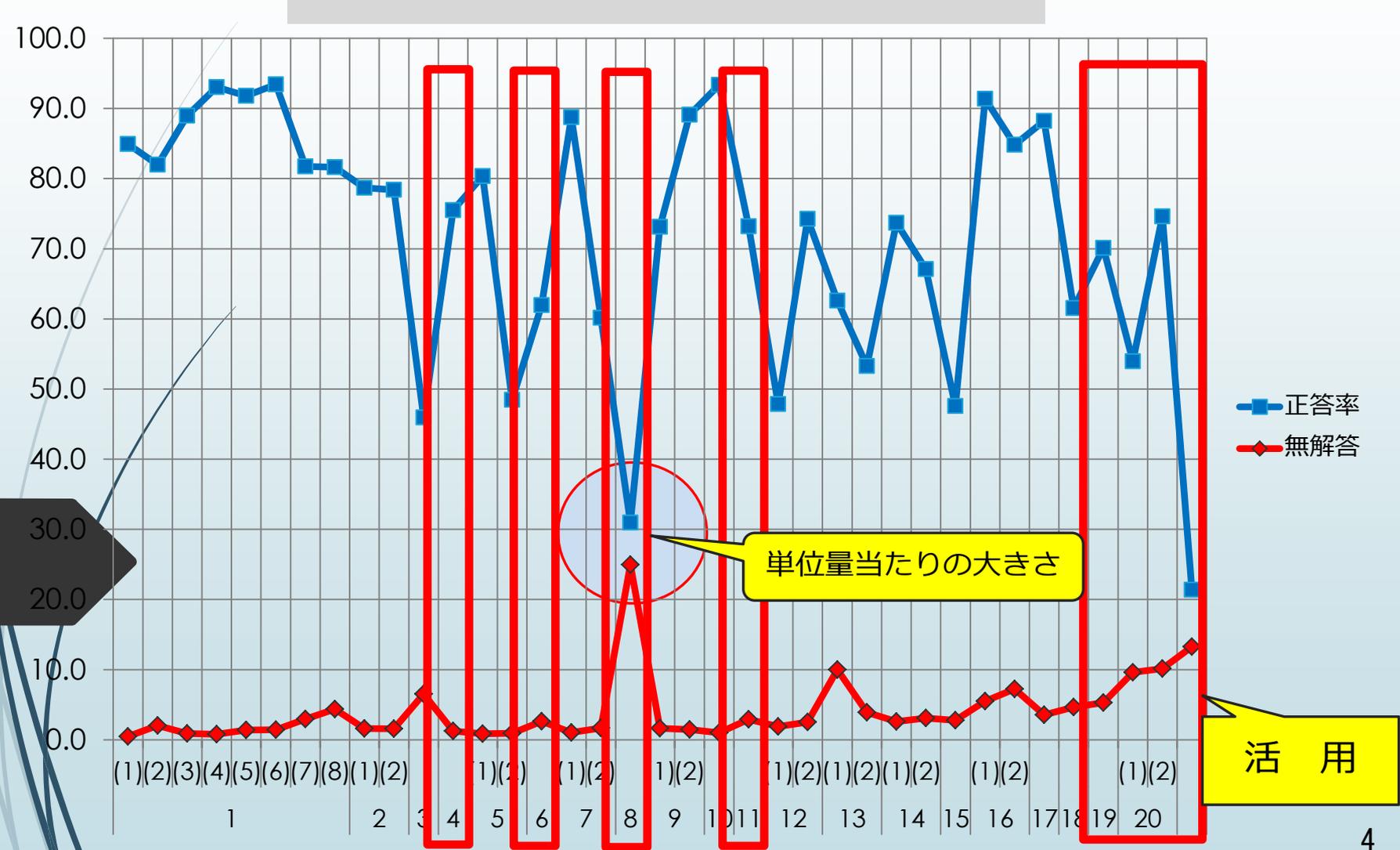
中学校第1学年 数学科の結果概要



1. 奈良県学力・学習状況調査の調査結果の概要

中学校第1学年 数学科

小問別平均正答率と無解答率



中学校第1学年 数学科の結果概要

課題が見られた問題

8

隼人は、次の問題を考えています。

問題

1200m²の牧場に18頭の牛がいます。1頭あたりの牧場の面積を求めなさい。

隼人は、1頭あたりの牧場の面積を求めるために、次のような計算をしました。

隼人の計算

(式) $18 \div 1200 = 0.015$

(答え) 0.015m^2

しかし、隼人は、この計算の答えが1頭あたりの牧場の面積ではないことに気づきました。隼人の計算の答えは、どのような大きさを表していますか。ことばで説明しなさい。



隼人

ぼくの求めた答え「0.015」は、1頭あたりの牧場の面積ではなくて、どんな数なのかな？

正答率 30.3%

無解答率 25.0%

第5学年
単位量当たりの大きさ

- 除法の式の意味
- 答えとして求めた数字の表す意味
- 1頭あたり、1m²当たりのイメージ

1. 奈良県学力・学習状況調査の調査結果の概要

小学校 算数 授業アイデア例



国立教育政策研究所
NIER National Institute for Educational Policy Research

http://www.nier.go.jp/jugyourei/h26/idea_02.html

平成26年度 全国学力・学習状況調査 授業アイデア例

算数
TYPE 1
A.8(1)(2)

「こみぐあいを図に表して立式しよう」

～立式の根拠を明確にする～

1㎡当たりの人数を求めるための式の理解に課題が明らかになりました。本アイデア例は、想像場面を比較しやすいように図に表すことで、二つの数量のうちどちらを単位量とするかを判断し、立式の根拠を明確にする授業です。

採録の見られた問題の概要と結果

A 4 異種の二つの量の割合

A 国(1) 正答率 82.4% 8㎡に16人いるAの部屋のの様子を表している図を選ぶ

A 国(2) 正答率 61.0% 8㎡に16人いるAの部屋について、1㎡当たりの人数を求める式を書く

学習指導要領における領域・内容

(第5学年) B 量と測定 (4) ア

授業アイデア例

AとBのどちらの部屋の方が、こみ合っていますか。図に表してみましょう。

Aの部屋 8㎡ 16人

Bの部屋 5㎡ 9人

このままでは部屋の中に人がかたよっているのか、どちらの部屋の方がこんでいるかわかりません。

1 Aの部屋とBの部屋の様子を表した図を整理して表し直す

かたよりがないように、ならべてみました。

Aの部屋

Bの部屋

すっきりしたけど、まだどちらの部屋の方がこんでいるか、この図ではわかりません。

Bの部屋にそろえて、Aの部屋を、たて1m、よこ8mの長方形と考えて、図をつくり直しました。また、部屋を1㎡ごとに分けて、1㎡当たりの人数を表しました。

Aの部屋

Bの部屋

Aの部屋は1㎡当たり2人います。Bの部屋は1㎡当たり1.8人はいません。だから、Aの部屋の方がこんでいます。

2 Aの部屋とBの部屋のこみぐあいを図をもとに式で表す

今度は、こみぐあいを式に表して考えてみましょう。

Aの部屋

Bの部屋

(人数)÷(面積)をすると、1㎡当たり何人が求められることができます。

やっぱり図で表したときと同じようにAの部屋の方がこんでいます。

一人当たりの面積で比べる方法もあります。

一人当たりの面積を求めるなら、(面積)÷(人数)をすればよいと思います。

本授業アイデア例 活用のポイント

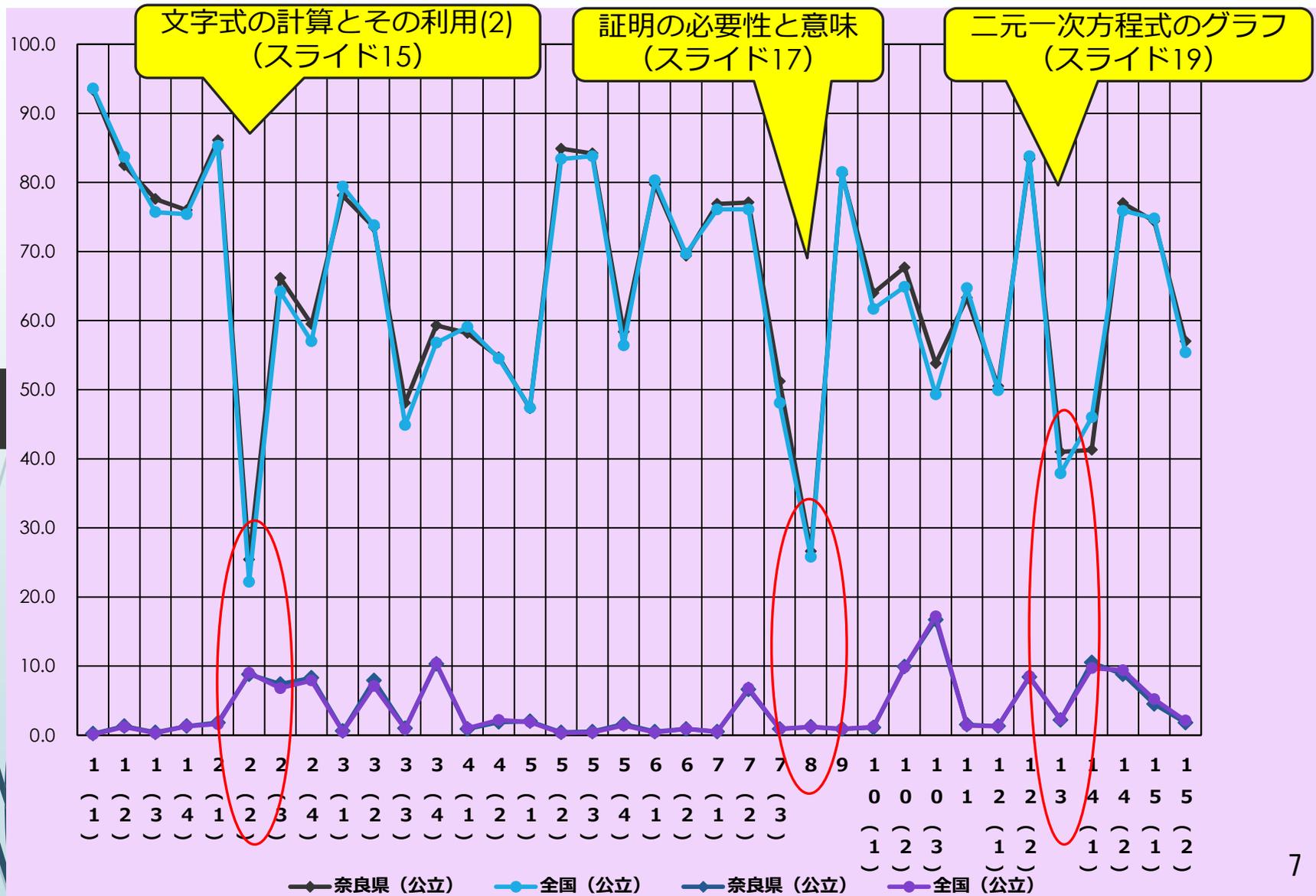
- こみぐあいを比べる場合は、単位量当たりの大きさが明確になるように図に工夫して表し、その図を根拠に式を立てて求めることが大切です。

奈良県教育委員会

6

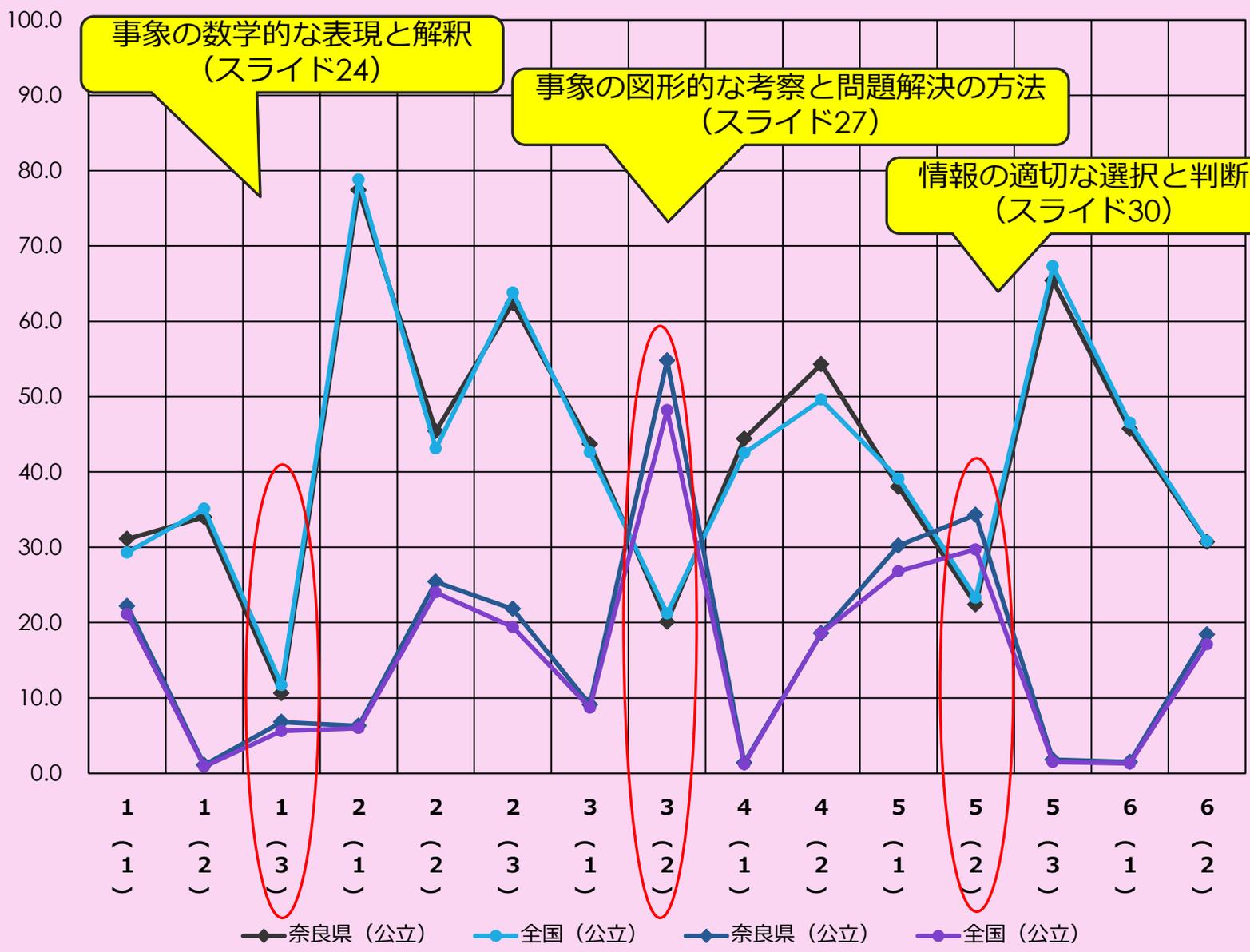
1. 全国学力・学習状況調査の調査結果の概要

数学 A 平均正答率65.3% (全国平均正答率64.4%)



1. 全国学力・学習状況調査の調査結果の概要

数学 B 平均正答率41.7% (全国平均正答率41.6%)



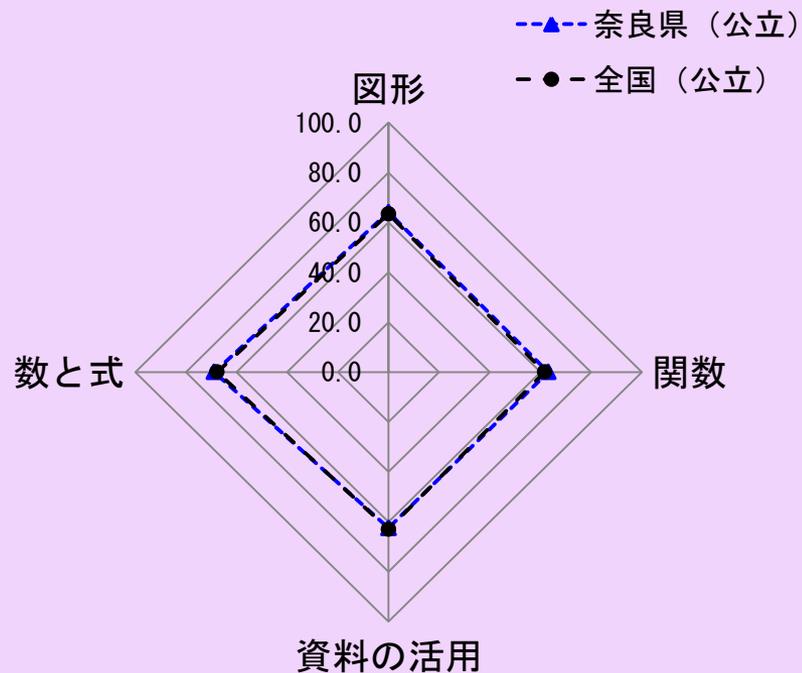
1. 全国学力・学習状況調査の調査結果の概要

<学習指導要領の領域の平均正答率の状況>

数学 A

平均正答率65.3%

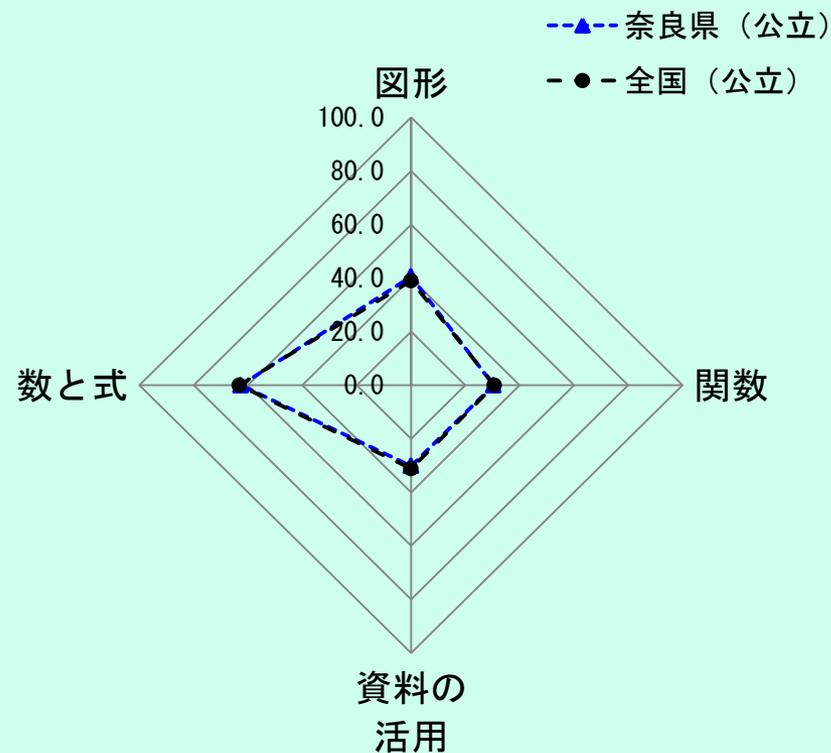
(全国平均正答率64.4%)



数学 B

平均正答率41.7%

(全国平均正答率41.6%)



平成27年度調査で明らかになったこと 数と式

◇相当数の生徒ができている点 ◆課題のある点

◇(A) 加減乗除を含む正の数と負の数の計算，一次式の減法の計算は，相当数の生徒ができている。

〔A 1 (2), A 2 (1)〕

◆(A) 数量の関係を文字式に表すことに課題があり，指導の充実が求められる。〔A 2 (2)〕

◆(A) 具体的な事象における数量の関係を捉え，連立二元一次方程式をつくることに課題があり，指導の充実が求められる。〔A 3 (3)〕

◆(B) 事柄が成り立つ理由を，構想を立てて説明することに課題がある。〔B 2 (2)〕

平成27年度調査で明らかになったこと 図形

- ◇(A) 投影図から空間図形を読み取ることは、相当数の生徒ができている。〔A 5 (3)〕
- ◇(A) 面の回転によって回転体が構成されること、平行線における同位角の意味については、相当数の生徒が理解している。〔A 5 (2), A 6 (1)〕
- ◆(B) 平面図形と空間図形を関連付けて考察すること、図形の性質を用いて問題解決の**方法を数学的に説明**することに課題があり、指導の充実が求められる。〔B 3 (1)(2)〕

平成27年度調査で明らかになったこと 関数

- ◇(A) グラフを具体的な事象と関連付けて解釈することは、相当数の生徒ができている。〔A12(2)〕
- ◆(B) 与えられた情報から**必要な情報を選択**し、的確に処理すること、その結果を**事象に即して解釈**すること、**数学的な表現を用いて解釈した理由を説明**することに課題があり、指導の充実が求められる。〔B 1 (1)(2)(3)〕
- ◆(B) 与えられた式を基に事象における2つの数量の関係を判断すること、**数学的な表現を用いて問題解決の方法を説明**することに課題があり、指導の充実が求められる。〔B 6 (1)(2)〕

平成27年度調査で明らかになったこと 資料の活用

- ◆(A) 多数回の試行の結果から得られる**確率の意味**を**理解**することに課題がある。〔A15(2)〕
- ◆(B) 資料の傾向を的確に捉え、**数学的な表現**を用いて**判断の理由を説明**することに課題があり、指導の充実が求められる。〔B5(2)〕

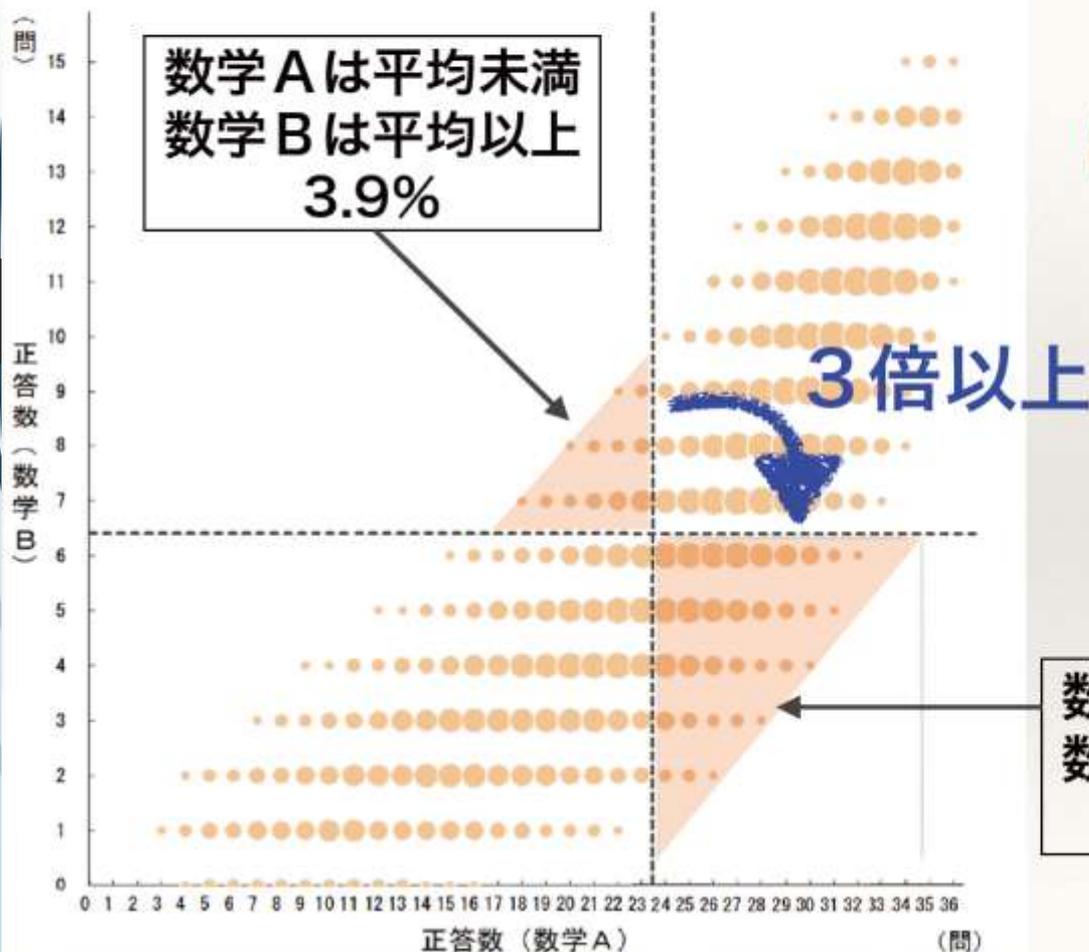


1. 全国学力・学習状況調査の調査結果の概要

数学Aと数学Bの相関

生徒数	全国 (国公立) 数学A 平均正答数	全国 (国公立) 数学B 平均正答数	相関 係数
1,055,950	23.4	6.4	0.815

生徒の正答数分布状況 (上段：生徒数 下段：生徒数の割合(%))			
数学A・数学B ともに平均以上	数学Aは平均以上 数学Bは平均未満	数学Aは平均未満 数学Bは平均以上	数学A・数学B ともに平均未満
444,149	138,722	41,613	431,466
42.1	13.1	3.9	40.9



「まずはA問題！」
…これでいいのかな？



数学Aは平均以上
数学Bは平均未満
13.1%

数学A2 文字式の計算とその利用 (2)

(2) 赤いテープと白いテープの長さについて、次のことがわかっています。

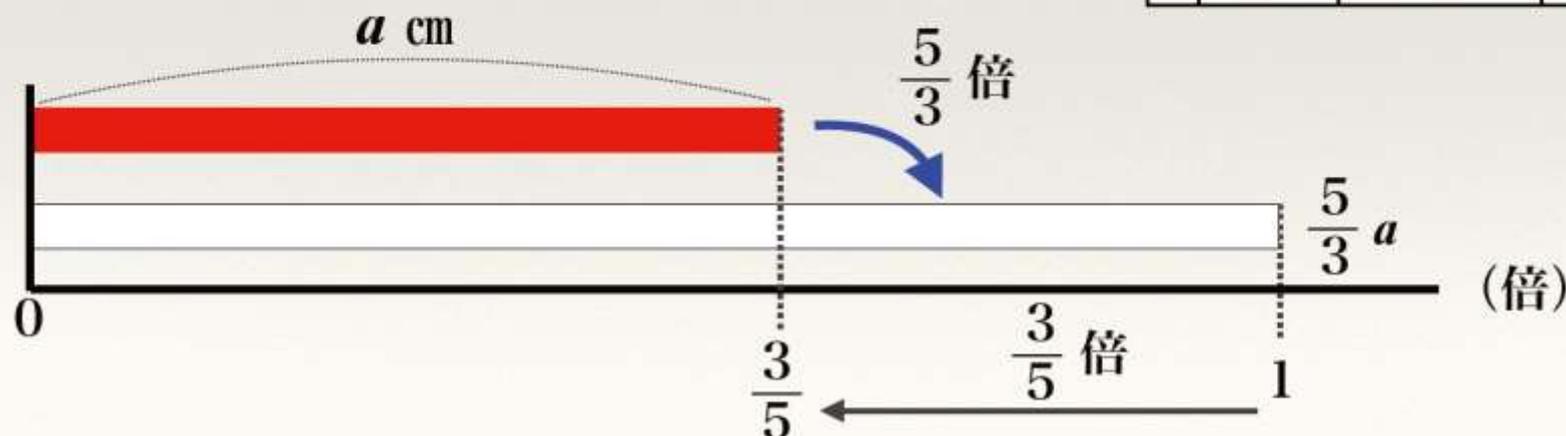
赤いテープの長さは a cm です。

赤いテープの長さは、白いテープの長さの $\frac{3}{5}$ 倍です。

白いテープの長さは何 cm ですか。 a を用いた式で表しなさい。

小学校算数関連問題

解答 類型	反応率 (%)	正答
1 $\frac{5}{3}a$	23.6	◎
3 $\frac{3}{5}a$	51.6	



2. 調査結果に基づく指導改善

参考 平成24年度小学校算数A3

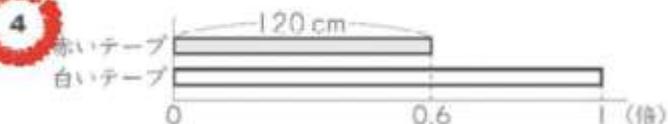
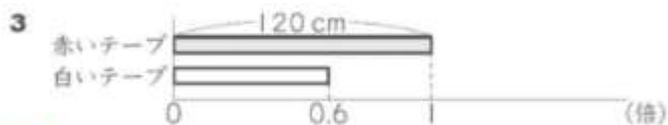
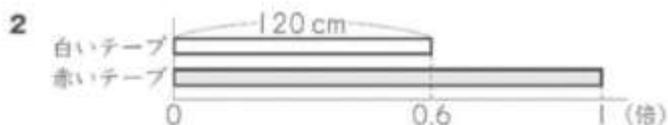
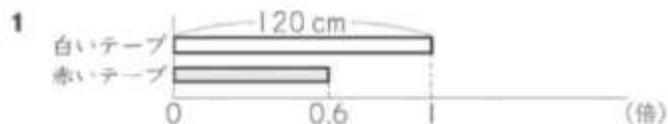
3

赤いテープと白いテープの長さについて、次のことがわかっています。

赤いテープの長さは120 cmです。

赤いテープの長さは、白いテープの長さの0.6倍です。

- (1) 赤いテープと白いテープの長さの関係を正しく表している図はどれですか。
次の1から4までの中から1つ選んで、その番号を書きましょう。



- (2) 白いテープの長さを求める式を書きましょう。
ただし、計算の答えを書く必要はありません。

$$120 \div 0.6$$

(1) 正答率 34.3%

(2) 正答率 41.3%

平成27年度の中学校3年生は、
平成24年度の小学校6年生。

【参考】平成25年度数学A2 (3)

a mの重さが b gの針金の1 mの
重さを、 a 、 b を用いた式で表す。

正答率33.7%

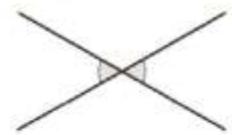
割合の理解は難しい。
平成27年度の問題でも
正答率は低い。



校種間での内容の関連を捉えながら、
割合の理解が図れるよう、指導の改善・
充実を目指したい。

数学8 証明の必要性と意味

8 ある学級で、「対頂角は等しい」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。



2つの直線がどのように交わっても「対頂角は等しい」ことの証明について、正しく述べたものが下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

①

下の図のように直線 l と直線 m が交わっているとき、

$\angle a = 180^\circ - \angle c$

$\angle b = 180^\circ - \angle c$

よって、 $\angle a = \angle b$
したがって、対頂角は等しい。

②

下の図のように直線 l と直線 m が交わっているとき、2つの角の大きさをそれぞれ測ると、

$\angle a = 60^\circ$

$\angle b = 60^\circ$

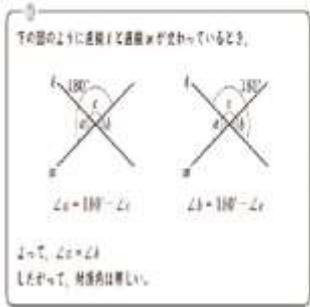
よって、 $\angle a = \angle b$
したがって、対頂角は等しい。

- ア ①も②も証明できている。
- イ ①は証明できており、②は2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。
- ウ ①は証明できているが、②は2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめても証明したことにはならない。
- エ ①も②も2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。
- オ ①は2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになるが、②はそれでも証明したことにはならない。



2. 調査結果に基づく指導改善

⑧ ある生徒で、「対頂角は等しい」ことの証明について、次の図、案を比べて考えています。

2つの直線がどのように交わっても「対頂角は等しい」ことの証明について、正しく述べたものが下のアからオまでの中にあります。
それを1つ選びなさい。

- ア ①も②も証明できている。
- イ ①は証明できており、②は2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。
- ウ** ①は証明できているが、②は2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめても証明したことにはならない。
- エ ①も②も2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。
- オ ①は2つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになるが、②はそれでも証明したことにはならない。

解答 類型	反応率 (%)	正答
1 ア	21.3	
2 イ	28.4	
3 ウ	26.4	◎
4 エ	13.9	
5 オ	8.7	

【生徒のジレンマ】
どんなに多くの図形を調べても、成り立たない場合なんてないじゃん…



【教師の説明】
どんなに多くの図形を調べても、すべてを調べ尽くすことはできないでしょ！だからこれでは…

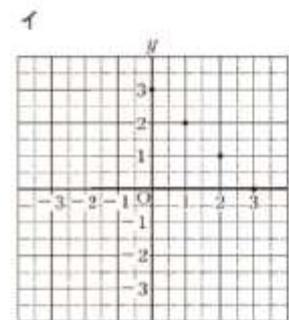
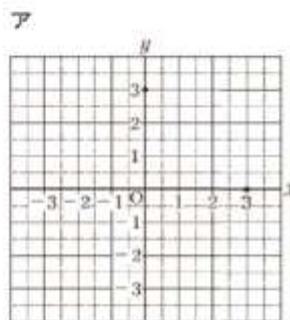
帰納と演繹の違いの理解は、生徒にとって難しいこと。

数学13 二元一次方程式のグラフ

13 下のアからオまでの中に、二元一次方程式 $x + y = 3$ の解を座標とする点の全体を表したものがああります。正しいものを1つ選びなさい。

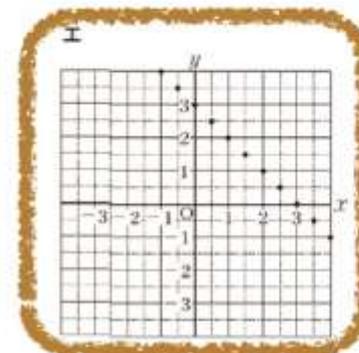
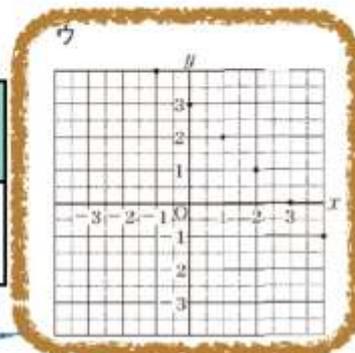
『4年間のまとめ』
で課題として示され
た内容に基づき出題。

反応率
(%)
9.4



反応率
(%)
13.6

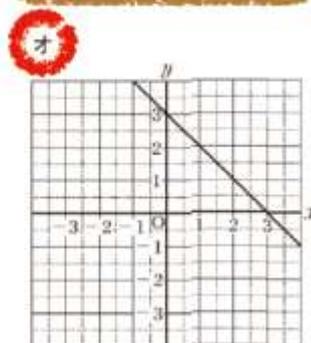
反応率
(%)
23.9



反応率
(%)
12.2

解が無数であることはわかっ
ていても、整数値だと思っ
ている可能性。

反応率
(%)
38.6



解が無数であることはわかっ
ていても、格子点の座標だと思っ
ている可能性。

数学 「活用」の問題作成の枠組み

α

知識・技能などを実生活の様々な場面で活用する力

$\alpha 1$: 日常的な事象等を数学化すること

$\alpha 1$ (1) ものごとを数・量・図形等に着目して観察すること

$\alpha 1$ (2) ものごとの特徴を的確に捉えること

$\alpha 1$ (3) 理想化, 単純化すること

$\alpha 2$: 情報を活用すること

$\alpha 2$ (1) 与えられた情報を分類整理すること

$\alpha 2$ (2) 必要な情報を適切に選択し判断すること

$\alpha 3$: 数学的に解釈することや表現すること

$\alpha 3$ (1) 数学的な結果を事象に即して解釈すること

$\alpha 3$ (2) 解決の結果を数学的に表現すること

β

様々な課題解決のための構想を立てて実践し評価・改善する力

$\beta 1$: 問題解決のための構想を立て実践すること

$\beta 1$ (1) 筋道を立てて考えること

$\beta 1$ (2) 解決の方針を立てること

$\beta 1$ (3) 方針に基づいて解決すること

$\beta 2$: 結果を評価し改善すること

$\beta 2$ (1) 結果を振り返って考えること

$\beta 2$ (2) 結果を改善すること

$\beta 2$ (3) 発展的に考えること

γ

上記 α , β の両方に関わる力

$\gamma 1$: 他の事象との関係を捉えること

$\gamma 2$: 複数の事象を統合すること

$\gamma 3$: 事象を多面的に見ること



記述式問題で求めていること (事柄・事実/方法・手順)

(a) 見いだした事柄や事実を説明する問題 (事柄・事実の説明)

成り立つと予想される事柄や事実を的確に捉え直し、前提とそれによって説明される結論の両方を数学的に表現する力をみる。

「 $\bigcirc\bigcirc$ は、 $\triangle\triangle$ である。」のような形で、「前提 ($\bigcirc\bigcirc$)」と、それによって説明される「結論 ($\triangle\triangle$)」の両方の記述。

《B 2 (3)》

(b) 事柄を調べる方法や手順を説明する問題 (方法・手順の説明)

数学的に考察する場面で、構想を立てたり、それを評価・改善したりする力をみる。

「 $\bigcirc\bigcirc$ を用いて、 $\triangle\triangle$ する。」のような形で、「用いるもの ($\bigcirc\bigcirc$)」 (例えば、グラフ、式、表など) と、「使い方 ($\triangle\triangle$)」 (例えば、 x と y の関係式にある数値を代入して求めることなど) の両方の記述。

《B 3 (2), B 6 (2)》 22

記述式問題で求めていること (理由)

(c) 事柄が成り立つ理由を説明する問題 (理由の説明)

説明すべき事柄について、論理的な思考力や表現力をみる。

「○○であるから、△△である。」のような形で、

「根拠 (○○)」と、「成り立つ事柄 (△△)」の両方の記述。

「示された説明すべき事柄の根拠を記述する形式(c-1)」と、

「説明すべき事柄を判断し、その根拠を記述する形式(c-2)」の
2つのタイプを出題。

(c-1) … 《B 2 (2), B 4 (2), B 5 (2)》

(c-2) … 《B 1 (3)》

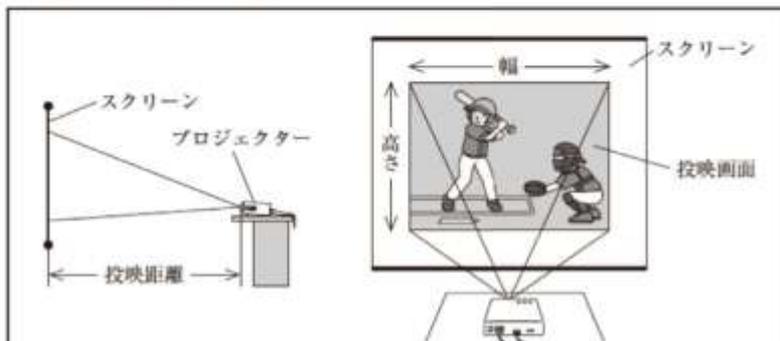


大切なことは「何が記述されているか」。
つまり、評価のポイントは「記述された形」
ではなく、「記述された内容」ということ。
話型指導ではありません！

数学B1 事象の数学的な表現と解釈（プロジェクター）

1 健治さんの学校では、新入生歓迎会のときに、体育館で部活動紹介の映像を流します。映像は、プロジェクターでスクリーンに映し出します。そこで、健治さんはプロジェクターの置き場所を決めるために、プロジェクターについてインターネットで調べました。

健治さんが調べたこと



投映距離 (m)	投映画面の大きさ		
	高さ(m)	幅(m)	面積(m ²)
1.0	0.6	0.8	0.48
1.5	0.9	1.2	1.08
2.0	1.2	1.6	1.92

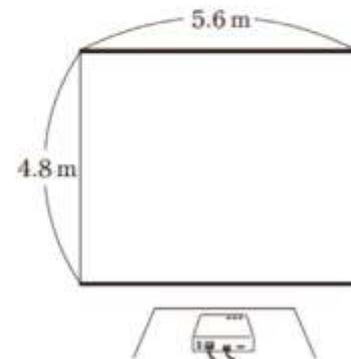
- 投映画面の大きさは、投映距離によって変わる。
- 投映画面の形は、調整されて、いつも長方形になる。
- 投映画面の高さや幅は、投映距離に比例する。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 投映距離を x m、投映画面の高さを y m とするとき、 y を x の式で表しなさい。

(2) スクリーンの高さは4.8 m、幅は5.6 mです。投映画面を、スクリーンからはみ出ないようにして、できるだけ大きく映し出すためには、投映距離を何mにすればよいですか。下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 5 m
- イ 6 m
- ウ 7 m
- エ 8 m



(3) 健治さんは、映像が暗くて見えにくいのではないかと気になりました。しかし、プロジェクターの光源の明るさを変えることはできません。そこで、映像の明るさについて調べると、映像の明るさと投映画面の面積の関係は、次の式で表されることがわかりました。

$$\left(\begin{array}{c} \text{映像の} \\ \text{明るさ} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{プロジェクターの} \\ \text{光源の明るさ} \end{array} \right) \div \left(\begin{array}{c} \text{投映画面の} \\ \text{面積} \end{array} \right)$$

このとき、映像の明るさを2倍にするにはどうすればよいですか。下のア、イの中から正しいものを1つ選びなさい。また、それが正しいことの原因を、上の式で表される関係をもとに説明しなさい。

- ア 投映画面の面積を2倍にする。
- イ 投映画面の面積を $\frac{1}{2}$ 倍にする。

2. 調査結果に基づく指導改善

人数から計算した数値が合計と異なる場合に記載。以下同様。

解答類型			反応率 (%)
1~4	イを選	正答	(合計) 12.4 (12.3)
5		記述誤り 計算誤り	7.8
6	択	上記以外	47.4
7		無解答	10.8
8	アを選択		15.9
9	上記以外		0.3
0	無解答		5.4

理由の説明 (c-2)

設問の趣旨

事象を式の意味に即して解釈し、その結果について、数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

(3) 健治さんは、映像が暗くて見えにくいのではないかと気になりました。しかし、プロジェクターの光源の明るさを変えることはできません。そこで、映像の明るさについて調べると、映像の明るさと投映画面の面積の関係は、次の式で表されることがわかりました。

$$\left(\begin{array}{c} \text{映像の} \\ \text{明るさ} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{プロジェクターの} \\ \text{光源の明るさ} \end{array} \right) \div \left(\begin{array}{c} \text{投映画面の} \\ \text{面積} \end{array} \right)$$

このとき、映像の明るさを2倍にするにはどうすればよいですか。下のア、イの中から正しいものを1つ選びなさい。また、それが正しいこと理由を、上の式で表される関係をもとに説明しなさい。

ア 投映画面の面積を2倍にする。

イ 投映画面の面積を $\frac{1}{2}$ 倍にする。

【正答例】

映像の明るさは投映画面の面積に反比例するから、投映画面の面積を $\frac{1}{2}$ 倍にすると、映像の明るさは2倍になる。

光源の明るさを定数とみて、式の形から反比例だと判断できるか？



授業アイディア例

プロジェクターの最適な投映距離を見つけよう

数学
TYPE I-II
BIT(2)・(3)

「プロジェクターの最適な投映距離を見つけよう」

関数関係を根拠として事柄が成り立つ理由を説明する

実生活の場面で問題を解決するために、図や表で与えられた情報から、目的に応じて必要な情報を選択して選択して数学的に解釈し、説明の根拠として用いることが大切です。しかし、事象の数学的な解釈や、事柄が成り立つ理由の説明に課題がみられました。

そこで、本アイデア例では、プロジェクターの投映距離と投映画面の大きさの関係、映像の明るさと投映画面の面積の関係について考察し、与えられた情報を基にプロジェクターの最適な投映距離を判断したり、その理由を説明したりすることができるようにする指導事例を紹介しています。

課題の見られた課題の概要と結果

B(1) 事象の数学的な表現と解釈

B(1)(a) 正答率 35.5%
投映画面がスクリーンに取りま
できるだけ大きく映し出すことが
できる投映距離を選び。

B(1)(a) 正答率 12.3%
映像の明るさを2倍にするため
の投映距離の面積の考え方を
その理由を説明する。

学習指導要領における領域・内容

- B(1)(a) (第1学年)
C 関数 (1) エ、オ
- B(1)(a) (第1学年)
C 関数 (1) エ、オ

指導アイデア例

健治さんの学校では、新入生歓迎会のときに、体育館で部活動紹介の映像を映します。映像は、プロジェクターでスクリーンに映し出します。そこで、健治さんはプロジェクターの置き場所を決めようとしています。

1. プロジェクターの投映距離の変化に伴って変わるものを捉える。

プロジェクターの投映距離を変えることに伴って、何か変わるものがありますか。

投映画面の大きさが変わります。 投映画面の高さと幅が変わります。

実際にプロジェクターを動かしてみましょう。

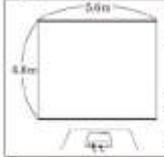
投映距離を長くすると、投映画面の形は変わらないけれど、面積は大きくなるね。

投映距離を長くすると、映像は暗くなるみたいだね。

2. プロジェクターに関する資料から必要な情報を選択し、最適な投映距離を定める。

投映画面を、スクリーンからはみ出ないようにして、できるだけ大きく映し出すためには、投映距離を何mにすればいいですか。資料を基に考えてみましょう。

資料



投映距離 (m)	投映画面の大きさ		
	高さ (m)	幅 (m)	面積 (m ²)
1.0	0.6	0.8	0.48
1.5	0.9	1.2	1.08
2.0	1.2	1.6	1.92

映像の明るさと投映画面の面積の関係

$$\left(\frac{\text{明るさ}}{\text{明るさ}}\right) = \left(\frac{\text{プロジェクターの光源の明るさ}}{\text{面積}}\right) \div \left(\frac{\text{投映画面の面積}}{\text{面積}}\right)$$

- 投映画面の大きさは、投映距離によって変わる。
- 投映画面の形は、調整されて、いつも長方形になる。
- 投映画面の高さや幅は、投映距離に比例する。

表の続きを書いてみようかな。 表からさまりを見つけて、式に表して考えようかな。

表を用いた考え方

投映距離 (m)	高さ (m)	幅 (m)
1.0	0.6	0.8
1.5	0.9	1.2
2.0	1.2	1.6
?	?	?
7.0	4.2	5.6
8.0	4.8	6.4

投映距離が7mのとき幅は5.6m
投映距離が8mのとき高さは4.8m

式を用いた考え方

投映画面の高さは投映距離に比例するから、投映距離をx m、投映画面の高さをy mとすると、 $y = 0.6x$ となる。

高さが4.8mになるのは投映距離が8mのときだから、投映距離を8mにすればよい。

投映距離をx m、投映画面の幅をy mとすると、 $y = 0.8x$ となる。

この式から、投映距離が7mのとき投映画面の幅は5.6mになることがわかる。

したがって、投映距離を7mにすればよい。

投映距離は7mにしたらいいいですか。それとも、8mにしたらいいいですか。

8mの方が大きく映し出せるから、8mにすればいいです。

投映距離を8mにすると幅が6.4mになり、スクリーンからはみ出ます。だから、投映距離は7mにすればいいです。

そのときの高さは4.2mになるね。

3. 映像の明るさと投映画面の面積の関係を根拠として、事柄が成り立つ理由を説明する。

プロジェクターの光源の明るさを変えることはできません。このとき、映像の明るさを2倍にするにはどうすればいいですか。

投映画面の面積を2倍にすればいいのかな。 投映画面の面積を大きくすると、映像は暗くなるよ。

プロジェクターの光源の明るさは変えられないんだね。 投映画面の面積を半分にするればよさそうだね。

資料中の情報を使って説明できませんか。

資料の「映像の明るさと投映画面の面積の関係」の式を使えば説明できそうです。

この式から、投映画面の面積を半分にするれば、映像の明るさが2倍になることがわかります。

投映画面の面積をx、映像の明るさをyとすると、 $y = \frac{\text{プロジェクターの光源の明るさ}}{x}$ となります。式の形から、映像の明るさと投映画面の面積は、反比例の関係になっていることがわかります。だから、映像の明るさを2倍にするには投映画面の面積を $\frac{1}{2}$ 倍にすればいいです。

投映距離が2倍になったとき、投映画面の明るさは何倍になるのかも考えてみましょう。

本授業アイデア例 活用のポイント!

- 映像の明るさ、プロジェクターの光源の明るさ、投映画面の面積の関係など、日常的な事象における3つの数量の関係を表した式を取り上げ、3つの数量のうち1つを定数とみて、残りの2つの数量の関係を捉える場面を設定することや、捉えた関係を根拠として事柄が成り立つ理由を説明する活動を取り入れることが大切である。
- 第3学年の「2乗に比例する関数」や「相似な図形」の学習において、投映距離と投映画面の面積の関係を考察する場面を設定することも考えられる。

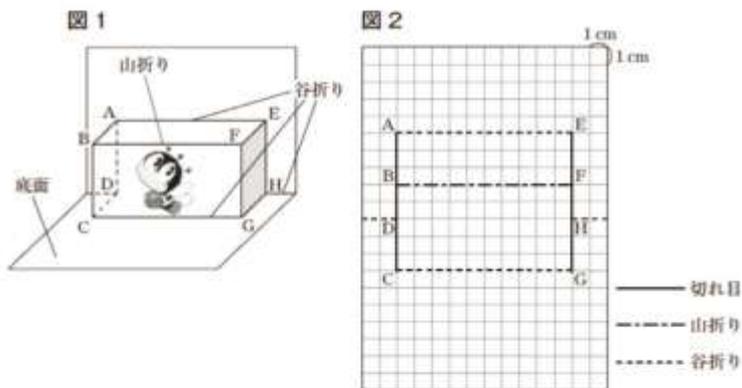
※ 参考▶ [平成27年度 報告書 中学校 数学] P.100~P.106, [平成27年度 解説資料 中学校 数学] P.88~P.93

数学B3 事象の図形的な考察と問題解決の方法 (ポップアップカード)

3 若菜さんと春香さんは、下のようなポップアップカードを見て、その作り方に興味をもちました。ポップアップカードとは、閉じた状態から開くと立体が浮かび上がってくるカードです。



二人はポップアップカードについて調べました。そして、図1のような正面に絵がかけられる簡単なポップアップカードについて、図2のような設計図を見つけました。



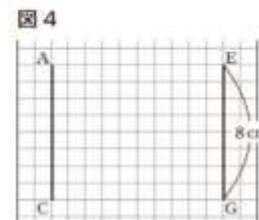
二人は、図2の設計図をもとにしたカードを図3のように開いていくと、四角形EFGHはいつでも平行四辺形になることに気づきました。また、それによって、カードを90°に開いたとき、絵をかく面が底面に対して垂直に立つこともわかりました。



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 若菜さんは、カードを90°に開いたとき、四角形EFGHが正方形になる設計図をかきたいと考えました。

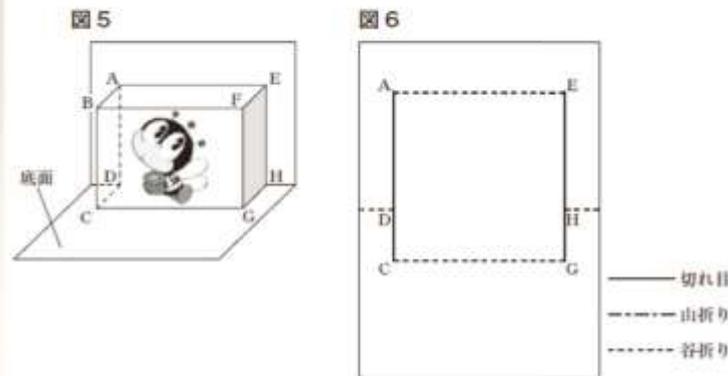
図4のように、切れ目となるAC、EGの長さを図2と変えないとき、EFの長さを何cmにすればよいですか。その長さを求めなさい。

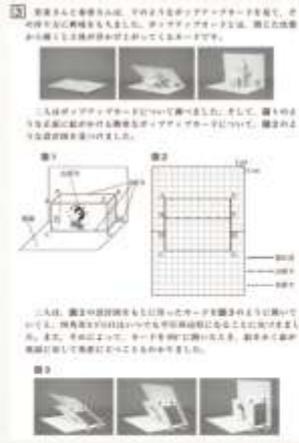


(2) 春香さんは、図5のように、絵をかく面BCGFを大きくしたいと考え、図6のように、切れ目となるAC、EGをそれぞれ同じ長さだけに伸ばしました。

カードを90°に開いたとき、面BCGFが底面に対して垂直に立つようにするには、カードを開いていくときに四角形EFGHがいつでも平行四辺形でなければなりません。

このとき、点Fの位置が決まれば山折りにする線分BFをひくことができます。点Fを図6のどこにとればよいですか。点Fの位置を決める方法を、平行四辺形になるための条件を用いて説明しなさい。





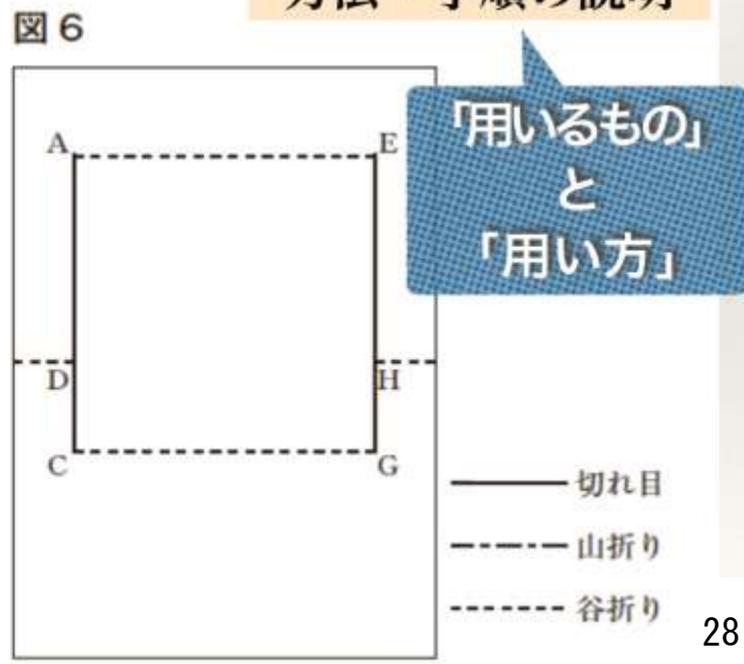
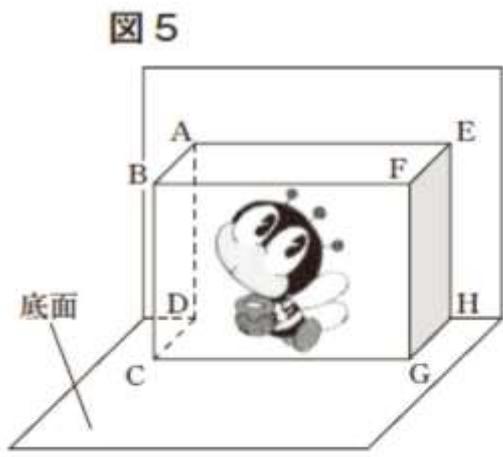
(2) 春香さんは、図5のように、絵をかく面BCGFを大きくしたいと考え、図6のように、切れ目となるAC, EGをそれぞれ同じ長さだけ上に伸ばしました。

カードを90°に開いたとき、面BCGFが底面に対して垂直に立つようにするには、カードを開いていくときに四角形EFGHがいつでも平行四辺形でなければなりません。

このとき、点Fの位置が決まれば山折りにする線分BFをひくことができます。点Fを図6のどこにとればよいですか。点Fの位置を決める方法を、平行四辺形になるための条件を用いて説明しなさい。

設問の趣旨
 事象を図形に着目して考察した結果を基に、問題解決の方法を図形の性質を用いて数学的に説明することができるかどうかをみる。

方法・手順の説明



2. 調査結果に基づく指導改善

【正答例】 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形であることを用いて、 $EF=GH$ となる位置に点Fをとる。

(正答の条件)

次の(a), (b)について記述しているもの。

(a) 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形であることを用いること。

(b) $EF=GH$ (または $EH=FG$) となる位置に点Fをとること。

(a) 「用いるもの」

(b) 「用い方」

解答類型		反応率 (%)	正答
1	(a)(b)記述	5.7	◎
2	(b)不十分(a)記述	0.7	○
3	(a)不十分(b)記述	7.1	○
4	(b)のみ記述	8.6	○
5	1~4以外で正しい記述	0.0	◎
6	(a)のみ記述	0.4	
7	(a)(b)両方不十分	1.0	
8	(a)(b)記述誤り	17.4	
9	上記以外	11.7	
0	無解答	47.3	
正答率		22.1	

数学B5 情報の適切な選択と判断 (落とし物調査)

5 生活委員会では、落とし物を減らすために、全15学級で落とし物調査を行うことにしました。

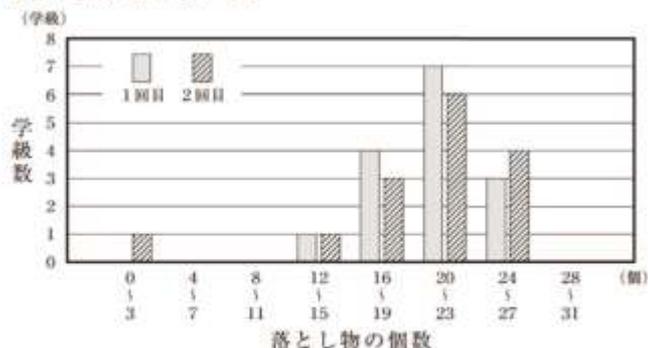
調査を同じ日数で2回行ったところで、拓也さんと優香さんは、その結果を表とグラフにまとめました。優香さんが作ったグラフでは、例えば、落とし物の個数が12個以上15個以下だった学級が、1回目、2回目とも1学級ずつあったことを表しています。



拓也さんが作った表

		(個)	
		1回目	2回目
種類	文房具	201	212
	ハンカチ・タオル	49	28
	その他	55	50
落とし物の合計		305	290
落とし物の合計の平均値 (1学級あたりの落とし物の個数)		20.3	19.3

優香さんが作ったグラフ



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 拓也さんが作った表の1回目の調査で、落とし物の合計のうち、文房具の占める割合を求める式を答えなさい。ただし、実際に割合を求める必要はありません。

(2) 二人は、調査結果について話し合っています。

拓也さん「落とし物の合計の平均値が20.3個から19.3個に減ったから、1回目より2回目の方が落とし物の状況はよくなったね。」
優香さん「でも、平均値だけで判断していいのかな。グラフ全体を見ると、よくなったとは言いきれないよ。」

グラフを見ると、優香さんのように「1回目より2回目の方が落とし物の状況がよくなったとは言いきれない」と主張することもできます。そのように主張することができる理由を、優香さんが作ったグラフの1回目と2回目の調査結果を比較して説明しなさい。

(3) 二人は、落とし物を減らすための対策について話し合っています。

拓也さん「落とし物が少ない学級では、持ち物に記名するようにしているみたいだよ。」
優香さん「次は、記名のある落とし物とない落とし物を分けて数えて、取り組みのよい学級を表彰したらどうかな。」
拓也さん「記名のある落とし物を1個1点、ない落とし物を1個2点として集計し、表彰する学級を決めよう。」

下線部の考えをもとに表彰する学級を決めます。記名のある落とし物を a 個、記名のない落とし物を b 個としたとき、表彰する学級の決め方として正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

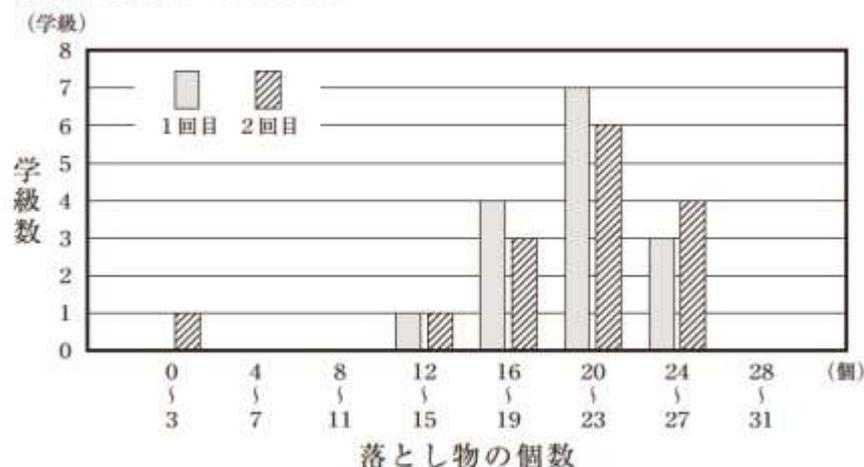
- ア $a + 2b$ の値が最も大きい学級にする。
- イ $a + 2b$ の値が最も小さい学級にする。
- ウ $2a + b$ の値が最も大きい学級にする。
- エ $2a + b$ の値が最も小さい学級にする。

2. 調査結果に基づく指導改善

拓也さんが作った表

		(個)	
		1回目	2回目
種類	文房具	201	212
	ハンカチ・タオル	49	28
	その他	55	50
落とし物の合計		305	290
落とし物の合計の平均値 (1学級あたりの落とし物の個数)		20.3	19.3

優香さんが作ったグラフ



拓也さん「落とし物の合計の平均値が20.3個から19.3個に減ったから、1回目より2回目の方が落とし物の状況はよくなったね。」

優香さん「でも、平均値だけで判断していいのかな。グラフ全体を見ると、よくなったとは言い切れないよ。」

グラフを見ると、優香さんのように「1回目より2回目の方が落とし物の状況がよくなったとは言い切れない」と主張することもできます。そのように主張することができる理由を、優香さんが作ったグラフの1回目と2回目の調査結果を比較して説明しなさい。

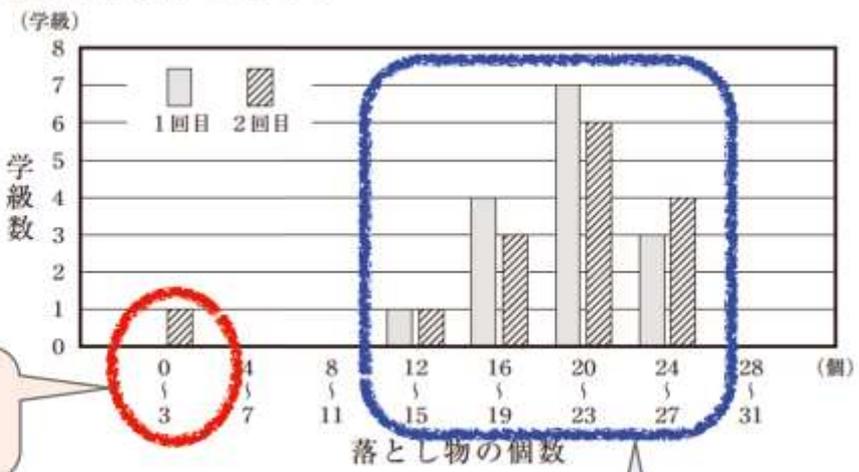
2. 調査結果に基づく指導改善

拓也さんが作った表

		(個)	
		1回目	2回目
種類	文房具	201	212
	ハンカチ・タオル	49	28
	その他	55	50
落とし物の合計		305	290
落とし物の合計の平均値 (1学級あたりの落とし物の個数)		20.3	19.3

2回目の調査で、落とし物が極端に少なかった学級。

優香さんが作ったグラフ



1回目と2回目で、あまり変わらない。

設問の趣旨
資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

正答例 1 2回目の調査結果では、落とし物が1学級だけ極端に少ないから平均値が下がっているだけで、他の学級の落とし物の状況がよくなっているとは限らないから、1回目より2回目の方がよくなっているとは言い切れない。

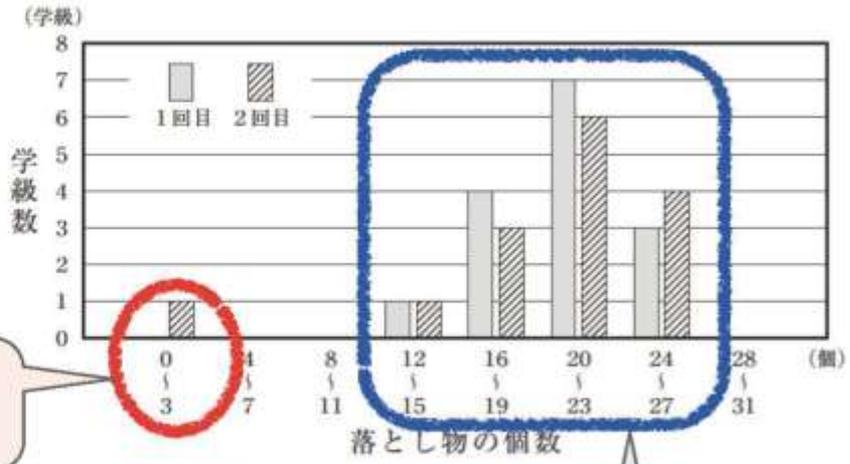
正答例 2 2回目の調査結果では、落とし物の個数が0個以上3個以下の学級が1学級あるけれど、それを除けばグラフの形は大きく変わっていないから、2回目の調査結果の方がよかったとは言い切れない。

2. 調査結果に基づく指導改善

拓也さんが作った表

		(個)	
		1回目	2回目
種類	文房具	201	212
	ハンカチ・タオル	49	28
	その他	55	50
落とし物の合計		305	290
落とし物の合計の平均値 (1学級あたりの落とし物の個数)		20.3	19.3

優香さんが作ったグラフ



2回目の調査で、落とし物が極端に少なかった学級。

1回目と2回目で、あまり変わらない。

設問の趣旨
資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかどうかをみる。

解答類型		反応率 (%)	正答
1 ~ 3	根拠 + 結論	(合計) 3.9 (4.0)	◎
4 · 5	根拠のみ (類型6以外)	0.4	○
6	「24個~27個の学級が増えている」と解答	19.6	○
0	無解答	29.1	
正答率		24.0	

授業アイデア例

落とし物を減らす対策を考えよう

数学

TYPE 1-Ⅱ
B.5(1)イ

「落とし物を減らす対策を考えよう」

事象を数学的に表現し、その意味を的確に解釈する

実生活の場面では、情報を適切に読み取ったり、事象を数学的に表現し、その意味を的確に解釈したりすることが大切です。しかし、与えられた情報から必要な情報を選択し、処理することに課題がみられました。

そこで、本アイデア例では、目的に応じて割合を求めて全体の傾向を捉えたり、重み付けをした値を考へてその物の意味を解釈し判断の根拠に用いたりする指導事例を紹介しています。

授業アイデア例

生活委員会では、全校で落とし物調査を行いました。その結果をまとめた表を基にして、落とし物の傾向を調べ、落とし物を減らすための対策を考えましょう。

1. 割合を求めて、落とし物の傾向を捉える。



落とし物を減らすために、落とし物の傾向を調べてみましょう。

		(個)
種類	文房具	212
	ハンカチ・タオル	28
	その他	50
	落とし物の合計	290

文房具の落とし物が多いね。

学年別の落とし物の数の傾向は、どうなっているのかな。



学年別に傾向を調べるといい考えですね。学年別に集計すると次の表になります。

		(個)			
		1年生	2年生	3年生	種類別の合計
種類	文房具	38	90	84	212
	ハンカチ・タオル	14	8	6	28
	その他	10	15	15	50
	落とし物の合計	71	113	106	290

どの学年も文房具の落とし物が多いです。

1年生は他の学年に比べると、少し傾向が違うような気がするよ。

学年別に、落とし物の合計に対する文房具の割合を調べてみよう。

落とし物の合計に対する文房具の割合

1年生	2年生	3年生
$\frac{38}{71} \approx 0.535$	$\frac{90}{113} \approx 0.796$	$\frac{84}{106} \approx 0.792$

求めた割合からこのようなことがわかりますか。



1年生は、およそ0.54となり、2、3年生と比べて文房具の割合が小さいです。

私は、全学年の文房具の合計212個に対する学年別の文房具の割合も求めてみました。1年生は、およそ0.18となり、2、3年生と比べて文房具の割合が小さいです。

文房具の合計に対する学年別の文房具の割合

1年生	$\frac{38}{212} \approx 0.179$
2年生	$\frac{90}{212} \approx 0.424$
3年生	$\frac{84}{212} \approx 0.396$

1年生は、多くの生徒が持ち物に記名しているみたいだよ。

課題のえられた問題の概要と結果

B.5 情報の適切な選択と判断

B.5(1) 正答率 40.2%

1回目の調査で、落とし物の合計のうち、文房具の占める割合を求めると式を答える。

B.5(3) 正答率 67.8%

記名のある落とし物を1個1点、ない落とし物を1個2点として集計するとき、表彰する学級の決め方として正しい記述を選ぶ。

学習指導要領における領域・内容

- B.5(1) (小学校第5学年)
 数量関係 (3)
 (第1学年)
 資料の活用 (1)イ
- B.5(3) (第2学年)
 A 数と式 (1)イ

2. 重み付けを取り入れて、表彰する学級の決め方を考察する。



生活委員会では、落とし物を減らす対策として、記名のある落とし物を1個1点、記名のない落とし物を1個2点として集計して表彰する学級を決めることにしようです。



例えば、記名のある落とし物が5個で、記名のない落とし物が15個のときは、 $5 \times 1 + 15 \times 2 = 35$ で、35点になるということですね。



各学級の点数を計算するために、記名のある落とし物を α 個、記名のない落とし物を β 個として学級の点数を文字式で表し、表彰する学級の決め方を考えてみましょう。



$\alpha + 2\beta$ の値を求めて、それが大きい学級を表彰すればいいのかな。

落とし物の数が多かたり、記名してないかたりすると $\alpha + 2\beta$ の値が大きくなるね。



落とし物を減らす取組がよい学級は、 $\alpha + 2\beta$ の値が小さくなるから、その値が最も小さい学級を表彰すればいいね。



落とし物の数が同じでも、記名していない落とし物が多いと $\alpha + 2\beta$ の値が大きくなるね。



他にどのような点数の付け方が考えられますか。



記名のある落とし物を1個1点、記名のない落とし物を1個2点として、 $\alpha + 5\beta$ の値を求めればいいと思います。

記名のある落とし物を1個1点、記名のない落とし物を1個2点として表彰する学級を決めるのはどうかな。

$\alpha + 5\beta$ だと、表彰する学級が変わることがあるかもしれないね。

$-\alpha - 2\beta$ だと、値が大きい学級を表彰することになるね。



それぞれの点数の付け方で、表彰する学級の決め方を説明してみましょう。

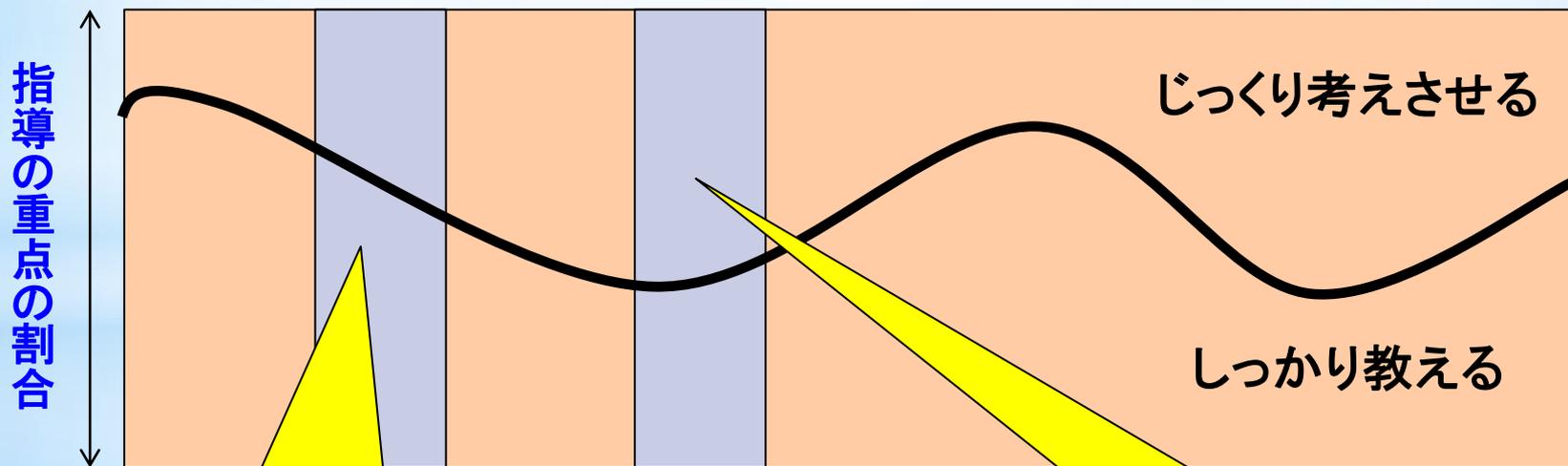
本授業アイデア例 活用のポイント!

- 特別活動など学校生活と関連付けて、落とし物を減らすキャンペーンを実施し、データを収集することも考えられる。その際、収集したデータを表やグラフに表し、落とし物の状況を読み取って対策を考えたり、それを実践して対策の効果を評価したりする活動を取り入れることが大切である。
- 目的に応じて割合や重み付けをした値を求め、それらの意味を事象に即して解釈できるようにすることが大切である。また、同じような考え方を判断の根拠として用いることができる場面を探る活動を取り入れることも大切である。
- 文字式に表すことによるよさを実感できるようにするために、重み付けした値を求める式をいろいろに変え、その値を計算ソフトを用いて求める活動を取り入れることも考えられる。

しっかり教える じっくり考えさせる授業をめざして

ポイント
1

単元全体の中で、「しっかり教える」内容と「じっくり考えさせる」内容を意識して指導計画を立てる。



基礎・基本の定着を図ることが本時のねらいなので「しっかり教える」に重点をおき、習熟を図るために次時につながる多くの問題を用意し、個に応じた指導を進める。

本時は「じっくり考えさせる」ことに重点をおき、学んだことを生かして多様な考えを引き出し、練り合いながら公式を導き出したい。

しっかり教える じっくり考えさせる授業をめざして

ポイント
2

1時間の授業で、ねらいを明確にし、めりはりのある学習過程を工夫し、ねらいの達成状況を確実に見届ける。

授業で心がけたいこと

導入	<p>ねらいを明確に</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 学習課題(問題)を黒板等に分かりやすく示す。
展開	<p>めりはりをつけて</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 「しっかり教える」「じっくり考えさせる」のどちらに重点をおいた授業なのか、学習方法や時間配分を考えて学習過程を工夫する。 問題解決的な学習過程を固定的にとらえるのではなく、ねらいに応じて柔軟に設定する。
閉	<ul style="list-style-type: none"> ○ ねらいに応じた数学的活動を適切に位置付ける。 ○ 自己解決の場面と学び合いの場面を設定する。
終末	<p>ねらいの達成を確実に見届けて</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ 定着・発展問題などを行う時間を確保する。 ○ 学習内容や学び方を振り返る場を設定する。

確実な振り返りで学力定着を！
○授業の復習をする子どもほど学力が高い！
【学校では】
・授業において、学習内容や学び方を振り返る場を設定しましょう。
・子どもの達成状況を的確に把握し、必要に応じて補充指導を行い、確実な定着を図りましょう。
・子どもの達成状況等をもとに、授業を振り返り、改善を図りましょう。

2. 調査結果に基づく指導改善

指導と評価の計画の進め方

指導計画だけで終わらない。

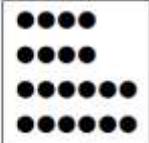
小単元等	授業時間数
1. 二次方程式の必要性と意味及びその解の意味	2時間
2. 因数分解したり平方の形に変形したりして解くこと	5時間
3. 解の公式を知り、二次方程式を解くこと	2時間
4. 二次方程式の活用	3時間
単元のまとめ	1時間

時間	狙い	学習活動	評価規準・評価方法			
			数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
1	小単元1 二次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解する	既習の方程式や二次方程式を使って問題解決する場面を考えることを通して、二次方程式の必要性や意味を理解する。	◎二次方程式とその解に関心を持ち、その必要性と意味を考えたり、様々な数を		○二次方程式をつくることができる。 [観察]	
2	意味を	二次方程式の意味を考				

単元のどの時間にどんな形態や課題を基に活動をして、どのように評価をするのかを計画する。

2. 調査結果に基づく指導改善

数学的な見方や考え方を育成する 授業の構成(参考;小学校展開例)

学習活動	指導上の留意事項	評価規準と教師の支援	準備物
1. 振り返りをする。	<ul style="list-style-type: none"> 基礎基本の計算問題を練習する。 小問題で、前時の学習内容が身につけているかを確認する。 		PC TV
2. 今日の問題を確認する。	<p>Q カキの数を工夫して求めましょう。</p> 		
4. 見通しを立てる。	<ul style="list-style-type: none"> いろいろな考え方(移動させる方法や向きを変える方法など)があることが予想できるように支援する。 1つの方法で解決できた児童は、他の方法を考えさせる。 	<ul style="list-style-type: none"> 児童から出にくいと予想される、補充して引き去る方法に気づくような言葉かけをする。 ものの数を、乗法を用いて多様な方法で ものの数を、乗法を用いて多様な方法で考え表現している。【考】 *とまどいをみせる児童には、「分け方」の工夫に目できるように支援する。 	問題図 ワークシート ① ②

課題把握

見通す

自力解決

学び合い

まとめる

適用問題を解く

振り返る

努力を要する児童への支援

予想される児童の反応

- ・似た考え
- ・よりよい方法
- ・一般化できないかな?

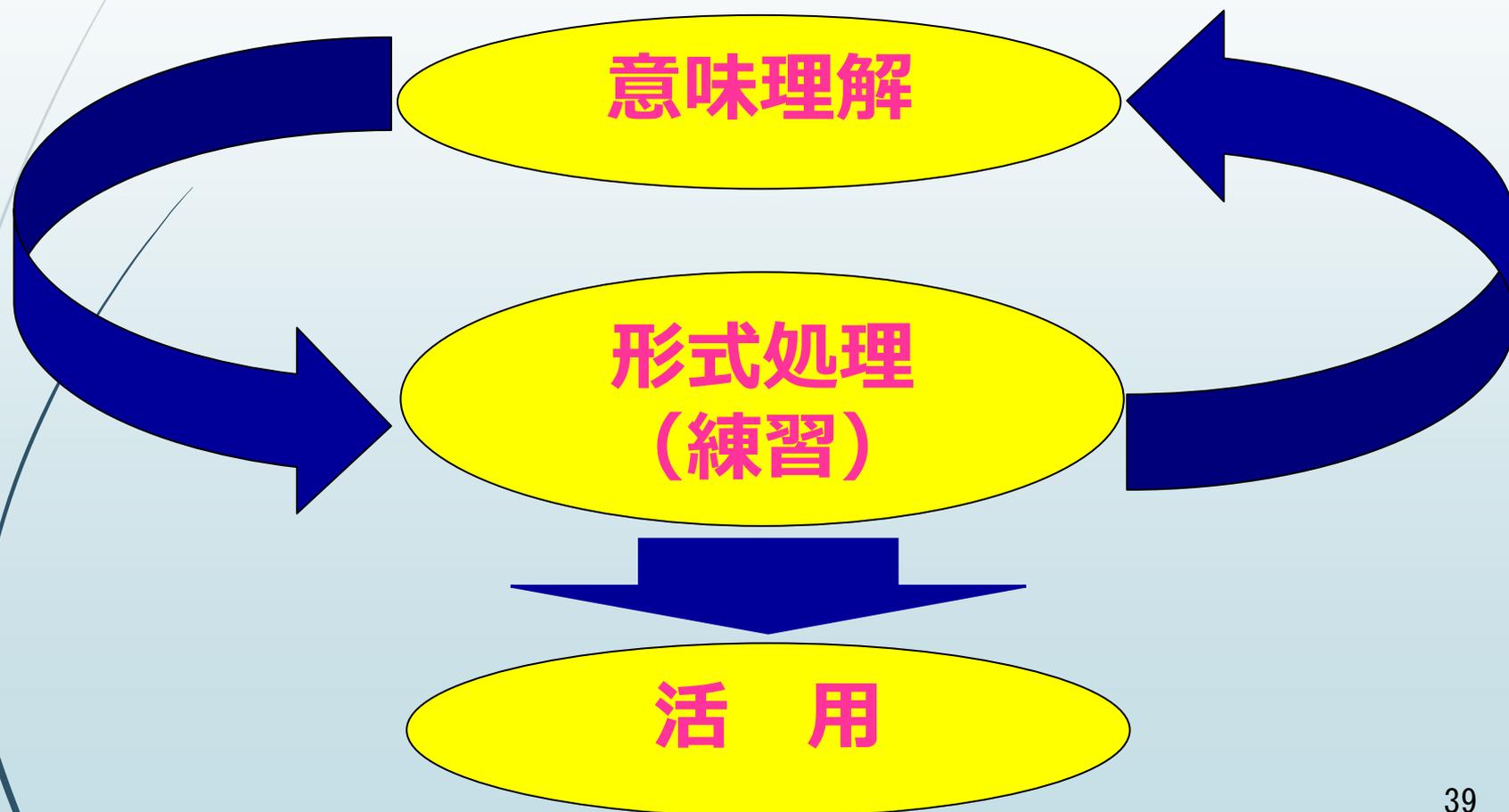
・子どもたちの言葉で

・学び合いやまとめから学習内容の定着を図る

・最初の自分の考えに戻って学習を振り返る

指導計画を振り返って

習ってきたことを定着させて終わりではなく、習ったことを使って考える



2. 調査結果に基づく指導改善

学んだことを活用する場の設定

- 個人レポートについての評価の観点
- ① 目的について
 - ・ 調査の目的が明確である。
 - ・ 結果を予想するとともに、見通しをもって計画的に取り組んでいる。
 - ② 資料の整理について
 - ・ 階級の取り方を工夫するなど、資料を分析しやすく整理している。
 - ③ 考察・まとめについて
 - ・ 資料の傾向を読み取り、特徴や分かかったことを根拠を明らかにして説明している。
 - ・ 解決の過程を振り返っている。

夏休み「資料の活用」レポート課題 No. 1

テーマ 1日に使うエアコンの量

1年4組 一 幸

節電の夏!! 1日に②時間エアコンを使う??

<動機>
 今年はよくテレビなどで「節電」という言葉を聞きます。そして、エアコンの温度も1℃上げたりして、人それぞれが節電するために工夫していると思います。私も今年の夏はエアコンを使用しないで、扇風機だけで過ごすと思います。このように「節電しよう」という夏にみんなはどのくらいエアコンを使用しているのか調べてみたいからです。

<予想>
 私は節電の夏といわれけれど、5~10時間は使う人が多いのではないかと思っています。そして1日にエアコンを使わない人は少ないのではないかと思います。今年の夏も暑いので、エアコンを使わざるを得ない人も多いのだと思います。

<結果>
 1日に②時間 エアコンを使う!!

05時~30分間に30分間~6時間が多いですね!!
 このことは、エアコンの使用量を減らすための対策が大切で、節電したいと心掛けている人へ。
 そして、逆に、1日の半分は2時間~4時間と使っている人がいるんですね!! 1日中使うのは体に悪いし、環境にも悪いので、使う時間ももう少し減らしてほしいな...

① 階級別エアコンの使用量

階級	人数
以上 未満	18
0~1	1
1~2	18
2~3	1
3~4	1
4~5	1
5~6	1
6~7	1
7~8	1
8~9	1
9~10	1
10~11	1
11~12	1
12~13	1
13~14	1
14~15	1
15~16	1
16~17	1
17~18	1
18~19	1
19~20	1
20~21	1
21~22	1
22~23	1
23~24	1
合計	24

② 階級別エアコンの使用量 (1日の使用時間)

階級の幅を「7」に変えると、前のグラフとはちがう感じのグラフになる。このヒストグラムだと、ほとんどの人が「お昼エアコンを使わず生活していることが分かった。階級の幅は5か7か試してみよう。2時間~30分間使っている人はエアコンに感じるね。このように階級の幅を変えると、感じ方が全く変わるんだ!!

大切にしたいこと

- ☑ 校種間での内容の関連を捉え、授業で配慮・工夫すべきことを捉えましょう。
- ☑ 活用問題の枠組みを参考にして、大切なことは何かを具体的に捉え、授業に生かしましょう。
- ☑ 記述式問題の問いを参考にして、授業における発問の質を高めましょう。

学力調査の問題を用いた授業を考えてみることも大切です。その際、問題を与えて解かせて終わるのではなく、問題の文脈を授業に生かすことが重要です。また、発展的な扱いについても考えたいものです。

先生方ご自身が
数学を楽しむこと、
活用することを
忘れないように！



指導改善のポイント・総括

【数と式】

- 事柄や数量の関係を捉え、その関係を文字式に表す活動の重視
- 構想を立て、根拠を明確にして事柄が成り立つ理由を説明する活動の充実

【図形】

- 証明の必要性和意味を、帰納と演繹の違いに着目して捉える活動の重視
- 図形の性質に着目し、数学的な表現を用いて問題解決の方法を説明する活動の充実

【関数】

- グラフの傾きの意味を捉え、具体的な事象に関連付けて解釈する活動の重視
- 数学的な解釈に基づいて、事柄が成り立つ理由を説明する活動の充実

【資料の活用】

- 多数回の試行を通して、その結果から得られる確率の意味を捉える活動の重視
- 資料の傾向を的確に捉え、数学的な表現を用いて判断の理由を説明する活動の充実