
令和4年度全国学力・学習状況調査の調査結果
の活用による指導改善に向けた説明会

中 学 校 数 学 (問題編)

県教育委員会事務局学ぶ力はぐくみ課

〈動画の内容〉

4. 課題等

5. 指導改善のポイント

4. 課題等

出題の趣旨 事象を数や式を用いて考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
・ 事象の特徴を的確に捉えること ・ 自然数を素数の積で表すこと

1 42 を素因数分解しなさい。

	解答類型	反応率 (%)	正答
1	2×3×7 (かけ算の順序は不問。以下同様。)	46.8	◎
2	2×21	0.2	
3	3×14	0.1	
4	6×7	1.3	
5	因数に1を含んでいるもの。	1.1	
6	42をいくつかの数の和の式で表し解答したもの。	0.4	
99	上記以外の解答	37.8	
0	無解答	12.4	

学習指導に当たって

- **自然数を素数の積で表すことができるようにする**
整数の性質について理解を深める場面において、整数を様々な視点から捉えることができるようにするために、自然数を素数の積で表すことが大切である。
- **素因数分解することを通して、整数の性質についての理解を深めることができるようにする**
自然数を素因数分解することを通して、整数に対する見方をさらに広げ、整数の性質についての理解を深めることができるようにすることが大切である。

- ・ 2、3、7 (積の形で表せていない)
- ・ 1、2、3、6、7、14、21、42 (約数を挙げている) 等

4. 課題等

出題の趣旨

事象を数学的に考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。

- ・ 事象の特徴を的確に捉えること
- ・ 筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明すること
- ・ 統合的・発展的に考え、事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明すること

6 康太さんは、2つの偶数の和がどのような場合に4の倍数になるかを調べています。

$$\begin{array}{lll} 2+2=4 & 4+2=6 & 6+2=8 \\ 2+4=6 & 4+4=8 & 6+4=10 \\ 2+6=8 & 4+6=10 & 6+6=12 \end{array}$$

2+2=4, 4+4=8, 6+6=12のように、同じ2つの偶数の場合、2つの偶数の和が4の倍数になっていることから、康太さんは次のように予想しました。

4 = 4 × 1
8 = 4 × 2
12 = 4 × 3
3つとも4の倍数になっているね。



予想1

同じ2つの偶数の和は、4の倍数になる。

上の予想1がいつでも成り立つことは、次のように説明できます。

説明1

n を整数とすると、偶数は $2n$ と表される。
同じ2つの偶数の和は、
 $2n + 2n = 4n$
 n は整数だから、 $4n$ は4の倍数である。
したがって、同じ2つの偶数の和は、4の倍数になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 前ページの説明1では、 n を整数として、同じ2つの偶数の和を $2n + 2n = 4n$ と表しています。この式は n の値が9のとき、どのような2つの偶数の和を表していますか。「 $8 + 8 = 16$ 」, 「 $14 + 14 = 28$ 」のように書きなさい。

(2) 康太さんは、 $2 + 6 = 8$ のように、同じ2つの偶数の和のほかにも、4の倍数になることがあることから、さらにくわしく調べてみました。

$$\begin{array}{l} 2 + 6 = 8 = 4 \times 2 \\ 6 + 2 = 8 = 4 \times 2 \\ 10 + 14 = 24 = 4 \times 6 \\ 28 + 32 = 60 = 4 \times 15 \end{array}$$

そして、次のように予想しました。

予想2

差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。

2+6と6+2は同じとみていいから、
(小さい方の偶数) + (大きい方の偶数)
について説明すればいいね。



上の予想2がいつでも成り立つことを説明します。下の説明2を完成しなさい。

説明2

n を整数とすると、差が4である2つの偶数のうち、小さい方の偶数は $2n$ 、大きい方の偶数は $2n + 4$ と表される。それらの和は、

$$\begin{array}{l} 2n + (2n + 4) \\ = \end{array}$$

(3) 同じ2つの偶数の和や、差が4である2つの偶数の和のほかにも2つの偶数の和がいつでも4の倍数になることがあります。どのような2つの偶数のとき、その2つの偶数の和が4の倍数になりますか。前ページの予想2のように、「は、……になる。」という形で書きなさい。

4. 課題等

趣旨

目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりして、事柄が成り立つ理由を説明することができるかどうかをみる。

(2) 康太さんは、 $2 + 6 = 8$ のように、同じ2つの偶数の和のほかにも4の倍数になることがあることから、さらにくわしく調べてみました

$$\begin{aligned}2 + 6 &= 8 = 4 \times 2 \\6 + 2 &= 8 = 4 \times 2 \\10 + 14 &= 24 = 4 \times 6 \\28 + 32 &= 60 = 4 \times 15\end{aligned}$$

そして、次のように予想しました。

予想2

差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。

上の予想2がいつでも成り立つことを説明します。下の説明2を完成しなさい。

説明2

n を整数とすると、差が4である2つの偶数のうち、小さい方の偶数は $2n$ 、大きい方の偶数は $2n + 4$ と表される。それらの和は、

$$\begin{aligned}2n + (2n + 4) \\ =\end{aligned}$$

(正答の条件)

< $4(n + 1)$ と計算している場合 >

次の(a)、(b)について記述している。

(a) $n + 1$ は整数だから、

(b) $4(n + 1)$ は4の倍数である。

< $4n + 4$ と計算している場合 >

次の(c)、(d)について記述している。

(c) $4n$ 、4が4の倍数で、4の倍数の和は4の倍数だから、

(d) $4n + 4$ は4の倍数である。

(正答例)

・ $4(n + 1)$

$n + 1$ は整数だから、 $4(n + 1)$ は4の倍数である。したがって、差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。

ある事柄が成り立つ理由を数学的に説明する際には、説明の対象となる成り立つ事柄を明確にした上で、その根拠を指摘することが大切である。そこで、「**〇〇であるから、△△である。**」のような形で、「**根拠(〇〇)**」と、「**成り立つ事柄(△△)**」の両方を記述することを解答として求めた。

4. 課題等

解答類型		反応率(%)	正答
(正答の条件) < $4(n+1)$ と計算している場合> 次の(a)、(b)について記述している。 (a) $n+1$ は整数だから、 (b) $4(n+1)$ は4の倍数である。			
1	$4(n+1)$	(a)、(b)について記述 $n+1$ は整数だから、 $4(n+1)$ は4の倍数である。	18.1 ◎
2		(a)のみを記述 $n+1$ は整数だから。	0.2 ○
3		(b)のみを記述 $4(n+1)$ は4の倍数である。	8.3 ○
4		(a)、(b)について記述していない $4(n+1)$	1.3 ○
5		(a)、(b)のいずれかの記述に誤り $n+1$ は整数だから、 $4(n+1)$ は3の倍数である。	0.0

11	$4 \times \square$ の \square に $(n+1)$ 以外の文字を用いた多項式又は単項式を入れて記述しているもの	3.4	
99	上記以外の解答	18.0	
0	無解答	22.5	

※ $2n + (2n + 4)$ の計算結果
 $8n$ 、 $4n^2 + 8n$

解答類型		反応率(%)	正答
(正答の条件) < $4n+4$ と計算している場合> 次の(c)、(d)について記述している。 (c) $4n$ 、 4 が4の倍数で、4の倍数の和は4の倍数だから、 (d) $4n+4$ は4の倍数である。			
6	$4n+4$	(c)、(d)について記述 $4n$ 、 4 が4の倍数で、4の倍数の和は4の倍数だから、 $4n+4$ は4の倍数である。	1.6 ◎
7		(c)のみを記述 $4n$ 、 4 が4の倍数だから。	0.0 ○
8		(d)のみを記述 $4n+4$ は4の倍数である。	19.0 ○
9		(c)、(d)について記述していない $4n+4$	7.6
10		(c)、(d)のいずれかの記述に誤り $4n+4$ は3の倍数である	0.0

学習指導に当たって

○ 事柄が成り立つ理由を、構想を立て、根拠を明確にして説明できるようにする

事柄が一般的に成り立つ理由を、構想を立てて説明する場面を設定し、文字式や言葉を用いて根拠を明らかにできるように指導することが大切である

4. 課題等

趣旨 結論が成り立つための前提を考え、新たな事柄を見だし、説明することができるかどうかをみる。

(3) 同じ2つの偶数の和や、差が4である2つの偶数の和のほかにも、2つの偶数の和がいつでも4の倍数になることがあります。どのような2つの偶数のとき、その2つの偶数の和が4の倍数になりますか。前ページの予想2のように、「 は、 になる。」という形で書きなさい。

事柄を数学的に表現することは、後の学習において逆の意味を吟味したり、解の吟味の必要性に気付いたりするなど、論理的に考えを進めながら新たな知識を習得できるようにする上で大切である。そこで、「○○は、◇◇になる。」のような形で、「前提(○○)」と、それによって説明される「結論(◇◇)」の両方を記述することを解答として求めた。

解答類型	反応率(%)	正答
(正答の条件) 「○○は、◇◇になる。」という形で、次の(a)、(c)又は(b)、(c)について記述しているもの。 (a)○○が、「差が4の倍数である2つの偶数の和」である。 (b)○○が、「差が8である2つの偶数の和」である。 (c)◇◇が、「4の倍数」である。		
1 (a)、(c)について記述 差が4の倍数である2つの偶数の和は、4の倍数になる。	2.1	◎
2 (a)記述不十分、(c)記述 差が4の倍数の和は、4の倍数になる。	0.2	○
3 (a)のみ記述 差が4の倍数である2つの偶数の和。	0.0	
4 (b)、(c)記述 差が8である2つの偶数の和は、4の倍数になる。	24.9	◎
5 (b)記述不十分、(c)記述 差が8の和は、4の倍数になる。	1.0	○
6 (b)のみ記述 差が8である2つの偶数の和。	0.5	

解答類型		反応率(%)	正答
7	上記4、5について、差が8以外の具体的な4の倍数になる2つの偶数の和について記述 差が12である2つの偶数の和は、4の倍数になる。	1.4	◎
8	上記7について、差が8以外の具体的な4の倍数になる2つの偶数の和についての記述不十分、(c)記述 差が12の和は、4の倍数になる。	0.1	○
9	差が8以外の具体的な4の倍数になる2つの偶数の和について記述 差が12である2つの偶数の和。	0.0	
10	上記1、2、4、5、7、8以外で和が4の倍数になる2つの偶数について記述、(c)記述 2つの数がどちらも4の倍数である2つの偶数の和は、4の倍数になる。	5.4	◎
11	上記10について、和が4の倍数になる2つの偶数について記述不十分、(c)記述 4の倍数の和は、4の倍数になる。	0.8	○
12	上記10、11について(c)記述なし 2つの数がどちらも4の倍数である2つの偶数の和。	0.0	
99	上記以外の解答	35.3	
0	無解答	28.3	

4. 課題等

学習指導に当たって

○ 結論が成り立つための前提を捉え、見いだした事柄を数学的に表現できるようにする

与えられた事柄や予想した事柄が成り立つかどうかを、具体例をあげて調べる活動を通して、結論が成り立つための前提を捉え、見いだした事柄を数学的に表現できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、「差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」ことから、他にはどのような2つの偶数であれば、その和が4の倍数となるか説明する活動を取り入れることが考えられる。その際、成り立つ事柄を予想するために、具体的な数を用いて和が4の倍数になる2つの偶数について取り上げ、その2つの偶数にどんな特徴があるのかについて話し合う場面を設定することが考えられる。このように、結論が成り立つための前提を捉えることができるようにすることが大切である。

$2 + 2 = 4$ $4 + 4 = 8$ $6 + 6 = 12$ → 同じ2つの偶数の和は、4の倍数になる。
 $2 + 4 = 6$ $4 + 6 = 10$ $6 + 8 = 14$

$2 + 6 = 8$ $4 + 8 = 12$ $6 + 10 = 16$ → 差が4である2つの偶数の和は、4の倍数になる。
 $2 + 8 = 10$ $4 + 10 = 14$ $6 + 12 = 18$
 $2 + 10 = 12$ $4 + 12 = 16$ $6 + 14 = 20$
 $2 + 12 = 14$ $4 + 14 = 18$ $6 + 16 = 22$
 $2 + 14 = 16$ $4 + 16 = 20$ $6 + 18 = 24$
⋮ ⋮ ⋮

○をつけたものには何かきまりがあるかな？

$2 + 10 = 12$
 $4 + 12 = 16$
 $6 + 14 = 20$ } → 差が8である2つの偶数？

$2 + 14 = 16$ → 差が12である2つの偶数？

差が4の倍数になればよいということ！？



同じ2つの偶数や、差が4である2つの偶数以外に、和が4の倍数になる式を確認してみよう。

$2 + 10$ 、 $4 + 12$ 、 $6 + 14$ があるね。差が8ってことかな。



差が12のときも4の倍数になっているよ。

黒板にはないけど、 $4 + 24$ も4の倍数になるよ。これは差が20だね。



このような活動を通して、結論「4の倍数になる」が成り立つための前提となる2つの偶数を考え、例えば、「差が8である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」や「差が4の倍数である2つの偶数の和は、4の倍数になる。」などで見いだした事柄を数学的に表現できるようにすることが大切である。

4. 課題等

出題の趣旨

与えられた情報を読み、次のことができるかどうかをみる。

- ・ 事象を的確に捉えること
- ・ 事象を理想かしたり単純化したりすること
- ・ 数学的に表現したことを事象に即して解釈し、問題解決の方法を数学的に説明すること

8 愛理さんは、総合的な学習の時間に環境問題について調べています。調べたところ、世界が目指す持続可能な開発目標(SDGs)として、17の目標の中に「気候変動に具体的な対策を」という目標があることを知りました。

愛理さんの学級では、この目標に対してできることがないかを話し合い、二酸化炭素の削減に取り組むことにしました。取り組みの参考にするために、ほかの学校の取り組みを調べたところ、となり町の中学校のホームページをみつけました。

となり町の中学校のホームページにあった情報

私たちの取り組みの成果

参加した生徒数 86人

取り組み期間 14日間

家庭での二酸化炭素削減量の合計 300kg

(二酸化炭素 300kg) = (杉の木約20本が1年間に吸収する二酸化炭素の量)



そこで、愛理さんの学級では生徒30人で、「二酸化炭素300kgの削減」を目標とすることにしました。この学級の目標を達成するために、家庭でできる二酸化炭素削減の取り組みと削減量について調べました。

家庭でできる二酸化炭素削減の取り組み

取り組み	二酸化炭素削減量
冷房をつけている時間を1時間短くする。	25g
シャワーを浴びている時間を1分間短くする。	79g
部屋の電気をつけている時間を1時間短くする。	23g
テレビを見ている時間を1時間短くする。	23g
⋮	⋮

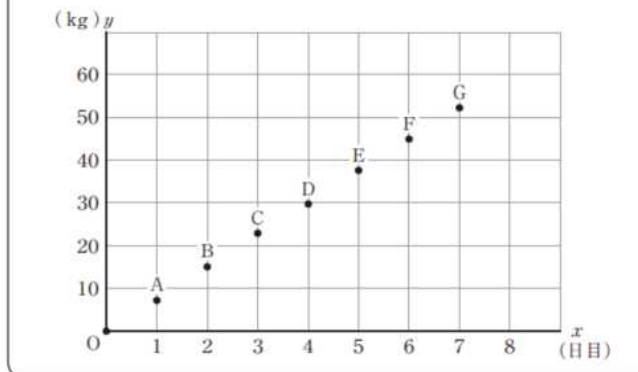
そして、家庭でできる二酸化炭素削減の取り組みの中から、生徒それぞれの家庭でできることを選んで取り組むことにしました。その取り組みの成果について、1日ごとの学級30人分の削減量をもとに、その日までの二酸化炭素削減量の合計を記録することにしました。

取り組みを始めた日の前日を0日目とし、 x 日目までの二酸化炭素削減量の合計を y kgとして、次のように表にまとめ、表の x と y の値の組を下のグラフに表しました。

二酸化炭素削減量の合計の記録

x (日目)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (kg)	0	7.2	15.2	22.8	29.7	37.8	44.9	52.4

※ y の値は小数第2位を四捨五入



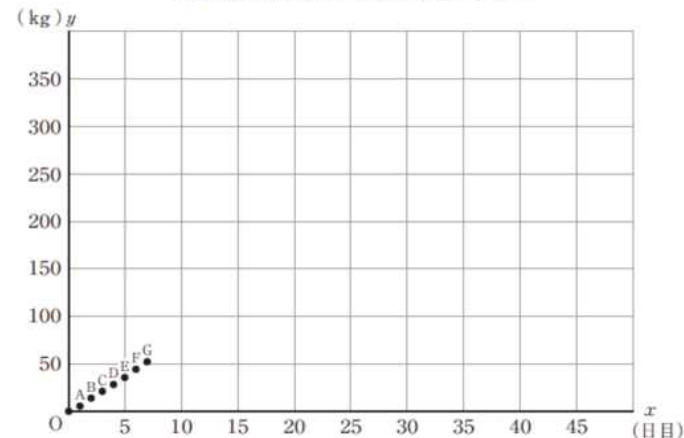
次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフにおいて、点Eの座標を書きなさい。

(2) 愛理さんは、7日目までの取り組みの結果から、目標を達成できるのがおよそ何日目になるかを予測することにしました。

そこで、下の二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフにおいて、原点Oから点Gまでの点が一直線上にあるとし、このまま同じように取り組みを続け、二酸化炭素削減量の合計が一定の割合で増加すると仮定して考えることにしました。

二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフ



このとき、目標の300kg削減を達成できるのがおよそ何日目になるかを求める方法を説明しなさい。ただし、実際に何日目になるかを求める必要はありません。

4. 課題等

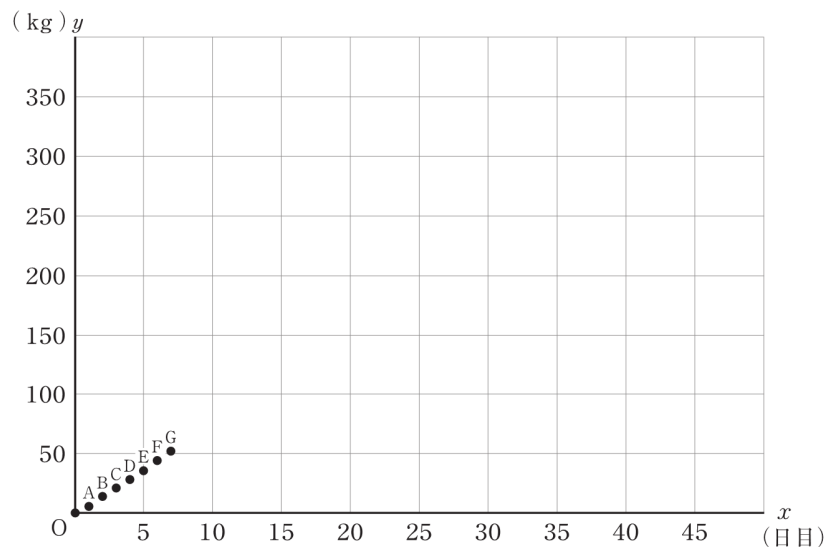
趣旨

事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。

(2) 愛理さんは、7日目までの取り組みの結果から、目標を達成できるのがおよそ何日目になるかを予測することにしました。

そこで、下の二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフにおいて、原点Oから点Gまでの点が一直線上にあるとし、このまま同じように取り組みを続け、二酸化炭素削減量の合計が一定の割合で増加すると仮定して考えることにしました。

二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフ

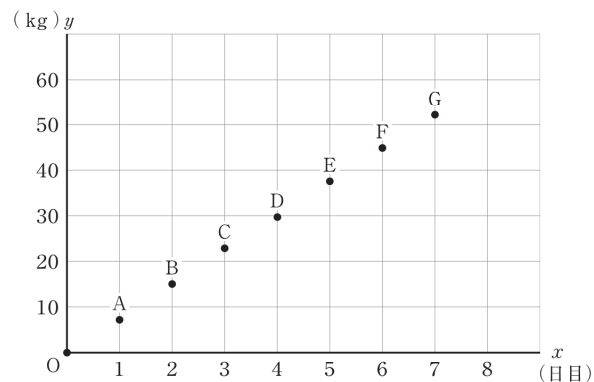


このとき、目標の300 kg削減を達成できるのがおよそ何日目になるかを求める方法を説明しなさい。ただし、実際に何日目になるかを求める必要はありません。

二酸化炭素削減量の合計の記録

x (日目)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (kg)	0	7.2	15.2	22.8	29.7	37.8	44.9	52.4

※ y の値は小数第2位を四捨五入



他者と協働的に問題を解決したり、問題解決の過程を自ら振り返ったりする上で、方法や手順を明確に記述したり伝え合ったりすることが大切です。

「用いるもの」(表、式、グラフ)を明確にした上で、その「使い方」(x と y の関係式にある値を代入して求めるなど)を記述することを解答として求められています。

4. 課題等

グラフを用いる場合

解答類型	反応率 (%)	正答
(正答の条件) 次の(a)、(b)について記述している。 (a)直線のグラフをかいて利用すること。 (b)y座標が300のときのx座標を読むこと。		
1 (a)、(b)について文で記述(又は、実際にグラフをかき、y座標が300のときのx座標を読むことを記述)	4.7	◎
2 (a)について「直線」についての記述が不十分だったり、(b)について「y=300」の記述がなかったりするが、グラフを用いることとその用い方について記述 ・2つの点を結んで、y=300のときのxの値を読む。 ・原点Oを通る直線のグラフをかき、x座標を読む。	0.5	○
3 (a)のみを記述(「直線」についての記述が不十分なものを含む)	8.8	
4 (b)のみを記述(「y=300」の記述がないものを含む)	0.3	
5 グラフを用いることについて記述しているが、(a)、(b)について記述していない	2.6	

式を用いる場合

解答類型	反応率 (%)	正答
(正答の条件) 次の(c)、(d)について記述している。 (c)比例の式又は一次関数の式を求めて利用すること。 (d)y=300を代入して、xの値を求めること。		
6 (c)、(d)について文で記述(又は、実際に式を求めて、y=300を代入してxの値を求めることを記述)	6.4	◎
7 (c)について「比例」又は「一次関数」の記述がなかったり、(d)について「y=300」の記述がなかったりするが、式を用いることとその用い方について記述 ・式で表し、y=300を代入してxの値を求める。 ・yをxの比例の式で表し、yに削減量を代入して、xの値を求める。	1.1	○
8 (c)のみを記述(「比例」「一次関数」についての記述がないものを含む)	2.1	
9 (d)のみを記述(「y=300」の記述がないものを含む)	0.1	
99 上記以外の解答	6.3	
0 無解答	29.6	

表や数値を用いる場合

解答類型	反応率 (%)	正答
(正答の条件) 次の(e)、(f)について記述している。 (e)表や数値を用いて割合を求めて利用すること。 (f)二酸化炭素削減量の合計が300kgになる日数を算出すること。		
10 (e)、(f)について文で記述(又は、実際に変化の割合を調べて日数を求めることを記述)	11.8	◎
11 (e)について「割合」の記述が十分でなかったり、(f)について求める日数の記述が十分でなかったりするが、表や数値を用いることとその用い方について記述 ・表の数値を用いて、二酸化炭素削減量の合計が300kgになる日数を求める。 ・1日あたりに7.5kg削減することができることを用いて、日数を計算する。	10.3	○
12 (e)のみを記述(「割合」についての記述が十分でないものを含む)	12.8	
13 (f)のみを記述(求める日数の記述が十分でないものを含む)	2.5	

4. 課題等

(解答類型3の具体的な例)

- ・直線をひいてグラフを読み取る。
- ・グラフに、OからGまでを通る直線を引く。
- ・原点Oから点Gまでの点をつないだ直線を300kgのところまで延長させる。

このように記述した生徒は、直線のグラフを用いることは記述しているが、その用い方として、二酸化炭素300kgの削減が何日目に達成されるかを求めるために、座標平面上でy座標が300のときのx座標を読み取ることを明示して説明することができなかつたと考えられる。

(解答類型12の具体的な例)

- ・1日あたりの二酸化炭素量削減量の平均を求める。
- ・5日で37.8kgだから、それをもとに求めるとよい。
- ・1日に約7kgの二酸化炭素が削減できているので、7をたしていく。

このように記述した生徒は、「1日あたり」や「5日あたり」のように、表や数値から割合を求めて用いることは記述しているが、その用い方として、二酸化炭素削減量の合計が300kgになる日数を算出することを明示して説明することができなかつたと考えられる。

学習指導に当たって

○ 問題解決のために数学を活用する方法を考え、説明できるようにする

様々な問題を数学を活用して解決できるようにする際に、問題解決の方法に焦点を当て、例えば、表、式、グラフなどの「用いるもの」と、それらを問題解決するためにどう用いたかといった「用い方」について考え、説明できるように指導することが大切である。その際、実際に行った解決の過程を振り返り、そのときに用いた方法について、「用いるもの」や「用い方」のいずれか一方の説明にとどまらず、「用いるもの」とその「用い方」の両方を指摘し、的確に説明できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、二酸化炭素削減量の合計の記録のグラフにおける各点がグラフでほぼ一直線上に並んでいることを基に、二酸化炭素削減量は、取り組みを始めてからの日数に比例するとみなして解決することが大切である。その上で、例えば、グラフを用いて問題を解決する場合を取り上げ、その方法について、原点Oを通る直線をかいて得られたグラフ（「用いるもの」）と、y座標が300のときのx座標を読むこと（「用い方」）の両方を明確にし、問題解決の方法を的確に説明する活動を取り入れることが考えられる。

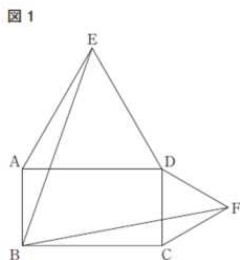
なお、問題解決の過程を振り返る場面において、解決の見通しをもつ場面で出された「グラフを使って求める。」や、「 $y=300$ を代入する。」などという不十分な表現を取り上げて吟味し、より洗練された表現に高めていく工夫が考えられる。

4. 課題等

出題の趣旨

図形の性質を考察する場面において、次のことができるかどうかをみる。
 ・筋道を立てて考えること ・事象に即して解釈したことを数学的に表現すること ・事柄が成り立つ理由を数学的に説明すること

9 次の図1は、長方形ABCDの外側に辺AD、DCを1辺とする正三角形ADE、DCFをかき、点Eと点B、点Bと点Fを結んだものです。



琴音さんは、線分EBと線分BFについて次のことを予想しました。

予想

長方形ABCDの外側に辺AD、DCを1辺とする正三角形ADE、DCFがあるとき、 $EB = BF$ になる。

次の(1)、(2)の各問に答えなさい。

(1) 前ページの予想が成り立つことを、次のように証明しました。

証明

$\triangle ABE$ と $\triangle CFB$ において、
 正三角形の3つの辺はすべて等しいから、
 $EA = AD$
 長方形の向かい合う辺は等しいから、
 $AD = BC$
 よって、 $EA = BC$ ……①
 同じようにして、
 $AB = CF$ ……②
 また、正三角形の1つの内角は 60° であり、長方形の1つの内角は 90° であるから、
 $\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ ……③
 $\angle BCF = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ ……④
 ③、④より、
 $\angle EAB = \angle BCF$ ……⑤
 ①、②、⑤より、 がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABE \cong \triangle CFB$
 合同な図形の対応する辺は等しいから、
 $EB = BF$

上の証明の に当てはまる言葉を書きなさい。

(2) 琴音さんは、次の図2や図3のように、21ページの図1の長方形ABCDの辺の長さをいろいろに変えた図をかきました。このときも、 $\triangle ABE \cong \triangle CFB$ が成り立つので、 $EB = BF$ がいえます。琴音さんは、 $EB = BF$ 以外にも、辺や角についていえることがないか調べました。

図2

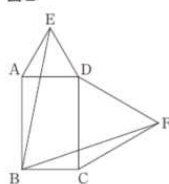
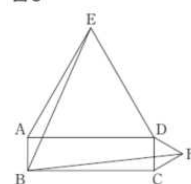


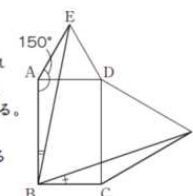
図3



調べたことから、琴音さんは、長方形ABCDの辺の長さを変えても、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になると予想し、次のように考えました。

琴音さんの考え

① $\angle EBF$ について、
 $\angle ABC = 90^\circ$ より、
 $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ がいえれば、 $\angle EBF = 90^\circ - 30^\circ$ となり、
 $\angle EBF$ が 60° になることがいえる。
 ② $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ になることは、 $\triangle ABE \cong \triangle CFB$ からわかる等しい角と、
 $\angle EAB = 150^\circ$ を用いて示すことができる。



$\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ を示すことで、長方形ABCDの辺の長さを変えても、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になることが説明できます。琴音さんの考えの②にある $\triangle ABE \cong \triangle CFB$ と $\angle EAB = 150^\circ$ はすでにわかっていることとして、 $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ になることを下の説明の に示し、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になることの説明を完成しなさい。

説明

$\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ になることが示せたので、
 $\angle EBF = 90^\circ - (\angle ABE + \angle CBF)$ より、
 $\angle EBF = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ になる。

4. 課題等

趣旨

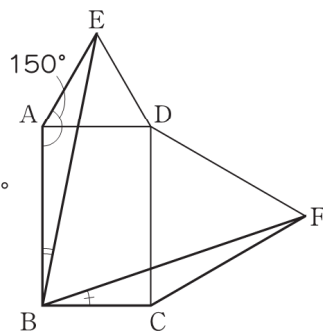
筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明することができるかどうかをみる。

調べたことから、琴音さんは、長方形ABCDの辺の長さを変えても、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になると予想し、次のように考えました。

琴音さんの考え

- ① $\angle EBF$ について、
 $\angle ABC = 90^\circ$ より、
 $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ がいえれば、
 $\angle EBF = 90^\circ - 30^\circ$ となり、
 $\angle EBF$ が 60° になることがいえる。

- ② $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ になることは、 $\triangle ABE \cong \triangle CFB$ からわかる等しい角と、
 $\angle EAB = 150^\circ$ を用いて示すことができる。



(正答の条件)

次の(a)、(b)、(c)について記述しているもの。

- (a) $\angle AEB = \angle CBF$
(b) $\angle ABE + \angle AEB = 30^\circ$
(c) $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$

$\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ を示すことで、長方形ABCDの辺の長さを変えても、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になることが説明できます。琴音さんの考えの②にある $\triangle ABE \cong \triangle CFB$ と $\angle EAB = 150^\circ$ はすでにわかっていることとして、 $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ になることを下の説明の□に示し、 $\angle EBF$ の大きさがいつでも 60° になることの説明を完成しなさい。

説明

- (正答例)
 $\triangle ABE \cong \triangle CFB$ より、合同な図形の対応する角は等しいから、
 $\angle AEB = \angle CBF \dots\dots ①$
 $\triangle ABE$ において、三角形の内角の和は 180° で、
 $\angle EAB = 150^\circ$ であるから、
 $150^\circ + \angle ABE + \angle AEB = 180^\circ$
 $\angle ABE + \angle AEB = 30^\circ \dots\dots ②$
①、②より
 $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$
したがって、 $\angle ABE$ と $\angle CBF$ の和は 30° になる。

$\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ になることが示せたので、
 $\angle EBF = 90^\circ - (\angle ABE + \angle CBF)$ より、
 $\angle EBF = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ になる。

4. 課題等

解答類型		反応率 (%)	正答
(正答の条件) 次の(a)、(b)、(c)について記述しているもの。 (a) $\angle AEB = \angle CBF$ (b) $\angle ABE + \angle AEB = 30^\circ$ (c) $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$			
1	(a)、(b)、(c)記述	11.1	◎
2	(a)、(b)、(c)記述しているが不十分	0.6	○
3	(a)、(b)記述	1.1	○
4	上記1~3以外で、 $\angle ABE$ と $\angle CBF$ の和が 30° になる理由を正しく説明、(c)記述	0.5	◎
5	上記4について、表現が不十分((c)記述なしを含む)	0.1	○
6	根拠として $\angle EBF = 60^\circ$ を用いている	3.6	
7	(a)又は(a)、(c)記述(不十分含む)	3.4	
8	(b)又は(b)、(c)記述(不十分含む)	2.9	
9	(c)記述(不十分含む)	7.0	
99	上記以外の解答	27.1	
0	無解答	42.7	

(解答類型9の具体的な例)

$$\begin{aligned} & \cdot \angle EAB = 150^\circ \\ & \text{よって、} \angle ABE + \angle CBF = 30^\circ \end{aligned}$$

このように記述した生徒は、琴音さんの考えにある $\angle EAB = 150^\circ$ を用いて、 $\angle ABE + \angle CBF = 30^\circ$ を説明しようとしたと考えられる。

(解答類型99の具体的な例)

$$\begin{aligned} & \cdot \text{仮定より、} \\ & \quad \triangle ABE \equiv \triangle CFB \\ & \quad \angle EAB = 150^\circ \\ & \cdot \angle EAB = 150^\circ \text{より、三角形の内角の和は} 180^\circ \text{なので、} \\ & \quad 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$

このように記述した生徒は、琴音さんの考えにある $\triangle ABE \equiv \triangle CFB$ と $\angle EAB = 150^\circ$ を用いようとしたと考えられる。

$$\begin{aligned} & \cdot \angle ABE = 30 \div 2 = 15^\circ \\ & \quad \angle CBF = 30 \div 2 = 15^\circ \\ & \cdot \angle EAB = 150^\circ、 \\ & \quad \angle AEB = \angle CBF = \angle ABE = \angle CFB \text{より、} \\ & \quad \angle ABE + \angle CBF = 30^\circ \end{aligned}$$

このように記述した生徒は、 $\angle ABE$ や $\angle CBF$ の大きさを具体的に求めようとしたり、 $\angle ABE$ と $\angle CBF$ の大きさが等しいと捉えたりしたと考えられる。

4. 課題等

学習指導に当たって

○ ある条件の下で成り立つ図形の性質を見だし、それが成り立つ理由を数学的に説明できるようにする

結論を導くために何が分かればよいかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見だし、事柄が成り立つ理由を、筋道を立てて考えたりする活動を取り入れ、数学的に説明できるように指導することが大切である。

本設問を使って授業を行う際には、コンピュータなどを利用して長方形 $ABCD$ の辺の長さをいろいろに変えた図を観察し、線分 EB と線分 BF のなす角である $\angle EBF$ が 60° になることを予想する場面を設定することが考えられる。その上で、予想した事柄が一般的に成り立つことの原因を数学的に説明する場面を設定することが考えられる。

例えば、 $\angle EBF$ の大きさが 60° になるかどうかを確かめるためには、 $\angle ABE$ と $\angle CBF$ の和が分かればよいことを話し合うなどして、説明の見通しや構想を立てることが大切である。その際、同じ長さの辺や、同じ大きさの角に、印や記号を付けることで、図形の性質や関係を直観的に捉え、説明の見通しや構想を立てることが考えられる。さらに、他者との話し合いを通して、前提となる条件、正しいと認めた事柄、説明しようとする事柄を明らかにし、図形の性質や関係を論理的に考察し、表現することも考えられる。

また、予想した事柄「 $\angle EBF$ が 60° になる。」ことを説明する場面において、 $\angle EBF$ が 60° になることを示すためには、 $\angle ABE$ と $\angle CBF$ の和が 30° になることがいえればよいといった構想を立て、「 $\angle ABE$ と $\angle CBF$ の和は 30° になるか。」と焦点化して考察を進めることが考えられる。さらに、既に証明された $\triangle ABE$ と $\triangle CFB$ が合同であることや、 $\angle ABE$ と $\angle AEB$ の和について考えることで、 $\angle ABE$ と $\angle CBF$ の和が 30° になるための根拠について明らかにすることが大切である。

5. 指導改善のポイント

数と式

○ 整数の性質についての理解を深める活動の重視

- ・ 自然数を素数の積で表すことができるようにするために、整数に対する見方を広げ、整数の性質について理解を深める活動を重視していくことが大切である。その際、小学校で学んだ約数や倍数の性質を捉え直す場面を設定することが考えられる。

○ 予想した事柄が成り立つかどうかを具体例をあげて調べる活動の充実

- ・ 結論が成り立つための前提を考え、見いだした事柄を数学的に表現できるようにするために、既に成り立つことが示された事柄を基に、前提を変えても成り立つ場合を考え、話し合う活動を取り入れることが考えられる。その際、成り立つ事柄を予想するために、具体例をあげて調べる活動を充実することが大切である。

図形

○ 事柄が常に成り立つとは限らないことを反例をあげて説明する活動の重視

- ・ ある事柄が成り立つかどうかを判断するために、仮定を満たすような具体例を幾つかあげ、それが結論を満たすかどうかを調べる活動を取り入れることが大切である。その際、事柄がいつでも成り立つとは限らない場合には反例をあげて説明する活動を重視することが大切である。

○ 筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明する活動の充実

- ・ 結論を導くために何が分かればよいかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見だし、事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考えたりするなど、事柄が成り立つ理由を数学的に説明する活動を充実することが大切である。

5. 指導改善のポイント

関数

○ 伴って変わる二つの数量の変化の特徴を捉える活動の重視

- ・ 変化の割合の意味を理解するために、伴って変わる2つの数量の変化の特徴を捉える活動を重視することが大切である。その際、変化の割合は $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求められることだけでなく、 x の増加量が1のときの y の増加量であると捉えることができるようにすることが大切である。

○ 事象の数学的な解釈に基づいて、問題解決の方法を数学的に説明する活動の充実

- ・ 様々な問題を数学を活用して解決できるようにするために、問題解決の方法に焦点を当て、表、式、グラフなどの「用いるもの」と、それらを問題解決するためにどう用いたかといった「用い方」を明確にして問題解決の方法を説明する活動を充実することが大切である。その際、問題解決の過程を振り返る場面において、解決の見通しをもつ場面で出された方法の説明として不十分なものを取り上げて吟味し、より洗練された表現に高めていく工夫が考えられる。

データの活用

○ ヒストグラムの特徴を比較して読み取り、判断の理由を数学的に説明する活動の充実

- ・ データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるようにするために、ヒストグラムの特徴を比較して読み取り、そのことを根拠として判断した理由を説明する活動を充実することが大切である。その際、データの分布の傾向について最大値、最小値、範囲、累積度数などといった指標を用いて表現できるようにすることが大切である。

○ 複数の集団のデータの分布に着目し、その傾向を比較して読み取る活動の充実

- ・ 箱ひげ図から分布の特徴を読み取るようにするために、複数の集団のデータの分布を比較する場面を設定し、そのデータを整理して箱ひげ図に表し、データの分布の傾向を比較して読み取る活動を充実することが大切である。その際、箱が示す区間の長さの長短によらず、最小値、第1四分位数、第2四分位数（中央値）、第3四分位数、最大値の五つの値の間の四つの区間に含まれるデータの個数はほぼ同じであることを確認することが重要である。

4. 課題等

A 数と式

- ◇ 簡単な連立方程式を解くことはできている。〔 2 〕
- ◇ 問題場面における考察の対象を明確に捉えることはできている。〔 6 (1) 〕
- ◆ 自然数を素数の積で表すことに課題がある。〔 1 〕
- ◆ 目的に応じて式を変形したり、その意味を読み取ったりして、事柄が成り立つ理由を説明することに引き続き課題がある。〔 6 (2) 〕
- ◆ 結論が成り立つための前提を考え、新たな事柄を見だし、説明することに課題がある。〔 6 (3) 〕

B 図形

- ◇ 証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解することはできている。〔 9 (1) 〕
- ◆ 反例の意味の理解に課題がある。〔 3 〕
- ◆ 筋道を立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明することに課題がある。〔 9 (2) 〕

◇…比較的できている点 ◆…課題のある点 []内の記号は、問題番号

4. 課題等

C 関数

- ◆ 一次関数の変化の割合の意味の理解に引き続き課題がある。〔 4 〕
- ◆ 与えられた表やグラフから、必要な情報を読み取ることに課題がある。〔 8 (1) 〕
- ◆ 事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することに引き続き課題がある。〔 8 (2) 〕

D データの活用

- ◇ 多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の意味を理解することはできている。〔 5 〕
- ◆ データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することに課題がある。〔 7 (1) 〕
- ◆ 箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることに課題がある。〔 7 (2) 〕

◇…比較的できている点 ◆…課題のある点 []内の記号は、問題番号